

УДК 624.042.5

К ВОПРОСУ ПРОГРЕВА СТРОИТЕЛЬНЫХ КОНСТРУКЦИЙ ПРИ ГРАНИЧНЫХ УСЛОВИЯХ ВТОРОГО РОДА

А.М. Зайцев, В.А. Болгов, Д.С. Черных

Воронежский Государственный архитектурно-строительный университет

Представлено обобщенное аналитическое решение задачи прогрева трехслойных строительных конструкций при произвольном изменении со временем функции теплового потока. Получены расчетные формулы для экспоненциального, линейного и постоянных значений функций теплового потока. Конечно-разностным методом получено значение теплового потока для температурного режима стандартного пожара.

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА: ПРОГРЕВ СТРОИТЕЛЬНЫХ КОНСТРУКЦИЙ, СТАНДАРТНЫЙ ПОЖАР, ТЕПЛОВОЙ ПОТОК.

В строительной отрасли часто конструктивные элементы представляют собой слоистые системы, отдельные слои которых выполняют различные функции, и нередко значительно отличаются по теплофизическим характеристикам. Для обеспечения пожарной безопасности, например, требуемого предела огнестойкости конструкций, выбора материалов, с точки зрения оптимального проектирования, необходимо знание их теплового состояния при воздействии высокоинтенсивных тепловых потоков в процессе пожара.

Известно [1], что если в слоистой стенке термическое сопротивление одного слоя на два порядка ниже термического сопротивления другого, то температурное поле такого слоя можно принять равномерным. А если критерий Bi будет значительно больше 0,1, то температурное сопротивление этого слоя определяет значительную неравномерность температурного поля в процессе огневого воздействия. Эти особенности позволяют в отдельных случаях значительно упростить математическую постановку и аналитическое решение теплотехнической задачи огнестойкости.

С учетом приведенных выше соображений, рассмотрим симметричный нагрев в условиях огневого воздействия неограниченной трехслойной пластины (рис.1), под воздействием произвольно изменяющегося во времени теплового потока. Примем, что крайние слои данной пластины прогреваются равномерно по сечению, т.е. термические сопротивления этих слоев будут незначительными. В этом случае нестационарное температурное поле рассматриваемой пластины полностью характеризуется тепловым состоянием среднего слоя, так как температуру крайних слоев в любой момент времени можно определить по температуре граничных плоскостей четных слоев. При этом, как показано на рис. 1, тепловой поток воздействует с правой стороны, а с левой стороны тепловой поток равен нулю. Примем, что прогрев происходит под воздействием теплового потока, который, в общем случае, является функцией времени $q(\tau)$.

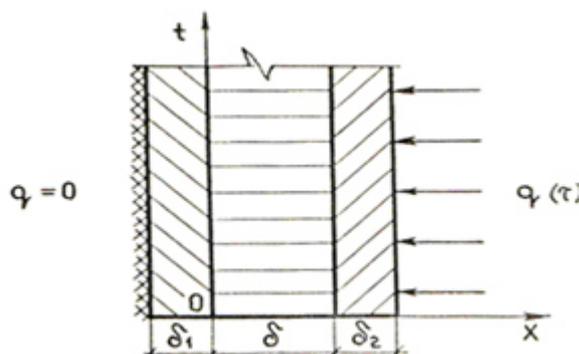


Рис. 1. Расчетная схема.

На основании вышеизложенного математическая задача сводится к решению дифференциального уравнения нестационарной теплопроводности для среднего слоя:

$$\frac{\partial t}{\partial \tau} = a \frac{\partial^2 t}{\partial x^2} \quad (1)$$

с начальным

$$t(x, 0) = t_0, \quad (2)$$

и граничными условиями

$$\lambda \frac{\partial t}{\partial x} \Big|_{x=0} = c_1 \rho_1 \delta_1 \frac{\partial t}{\partial \tau} \Big|_{x=0}, \quad (3)$$

$$\lambda \frac{\partial t}{\partial x} \Big|_{x=\delta} = -c_2 \rho_2 \delta_2 \frac{\partial t}{\partial \tau} \Big|_{x=\delta} + q(\tau), \quad (4)$$

где параметры без индекса относятся к среднему слою, а с индексами 1 и 2 к боковым слоям.

Решение поставленной задачи в виде системы уравнений (1)–(4) получено нами методом разделения переменных с использованием теоремы Дюамеля [2] и в безразмерном виде может быть представлено в виде уравнения. (При этом принято, что, так как в начальный момент огневого воздействия тепловой поток равен нулю ($q_0(0)=0$), из-за равенства температур пожара и конструкций)

$$t(\eta, F_0) - t_0 = \frac{\delta}{\lambda} \int_0^{F_0} \left\{ \frac{\left(F_0 - \vartheta + \frac{\eta^2}{2} + N_1 \eta \right) (1 + N_1 + N_2) - \left(\frac{1}{6} + N_1 N_2 + \frac{N_1 + N_2}{2} \right)}{(1 + N_1 + N_2)^2} + \right. \\ \left. + \sum_{n=1}^{\infty} A_n \left(\cos \mu_n \eta - N_1 \mu_n \sin \mu_n \eta \right) \exp \left[-\mu_n^2 (F_0 - \vartheta) \right] \right\} \cdot q'(\vartheta) d\vartheta. \quad (5)$$

где безразмерная координата и время представлены в виде соотношений:

$$\eta = \frac{x}{\delta}; F_0 = \frac{a\tau}{\delta^2}$$

$N_1 = \frac{c_1 \rho_1 \delta_1}{c \rho \delta}$ и $N_2 = \frac{c_2 \rho_2 \delta_2}{c \rho \delta}$ представляют собой отношение объемных теплоемкостей крайних слоев к объемной теплоемкости среднего слоя.

Собственные числа A_n определяются из соотношения:

$$A_n = 2 \left[\left(N_1 N_2 + N_1 + N_2 + \frac{1}{\mu_n^2} \right) \mu_n^3 \sin \mu_n - \left(1 - N_1 N_2 \mu_n^2 \right) \mu_n^2 \cos \mu_n \right]^{-1} \quad (6)$$

μ_n – корни характеристического уравнения определяются из соотношения:

$$\operatorname{tg} \mu = \frac{(N_1 + N_2) \mu}{N_1 N_2 \mu^2 - 1}. \quad (7)$$

Таким образом, мы получили обобщенное решение, характеризующее прогрев трехслойной пластины, с оговоренными выше свойствами, при нагревании произвольно изменяющимся со временем тепловым потоком. Для получения частных решений с заданной функцией теплового потока, в формулу (5) вместо $q'(v)$ необходимо подставить соответствующую функцию теплового потока.

Если тепловой поток в процессе огневого воздействия не изменяется со временем ($q(\tau) = q_0 = \text{const}$), то из (5) получим следующее решение:

$$t(\eta, F_0) - t_0 = q_0 \frac{\delta}{\lambda} \left\{ \frac{\left(F_0 + \frac{\eta^2}{2} + N_1 \eta \right) (1 + N_1 + N_2) - \left(\frac{1}{6} + N_1 N_2 + \frac{N_1 + N_2}{2} \right)}{(1 + N_1 + N_2)^2} + \sum_{n=1}^{\infty} A_n \left(\cos \mu_n \eta - N_1 \mu_n \sin \mu_n \eta \right) \exp \left(- \mu_n^2 F_0 \right) \right\}. \quad (8)$$

Если функция теплового потока, воздействующего на рассматриваемую слоистую систему, при пожаре изменяется линейно

$$q(F_0) = bF_0, \quad (9)$$

где b – параметр, тогда подставляя формулу (9) в (5), получим следующее решение:

$$t(\eta, F_0) - t_0 = \frac{b\delta}{\lambda} \left\{ \frac{\left(\frac{F_0 + \eta^2}{2} + N_1 \eta \right) (1 + N_1 + N_2) - \left(\frac{1}{6} + N_1 N_2 + \frac{N_1 + N_2}{2} \right)}{(1 + N_1 + N_2)^2} F_0 + \sum_{n=1}^{\infty} A_n \frac{1}{\mu_n^2} \left(\cos \mu_n \eta - N_1 \mu_n \sin \mu_n \eta \right) \left[1 - \exp \left(- \mu_n^2 F_0 \right) \right] \right\}. \quad (10)$$

Если тепловой поток при пожаре изменяется по экспоненциальной зависимости вида:

$$q(F_0) = \exp(pF_0), \quad (11)$$

где p – параметр, тогда из соотношения (5) получим следующее решение:

$$\begin{aligned}
 t(\eta, F_0) - t_0 = & \\
 = \frac{\delta}{\lambda} & \left\{ \frac{(1 + F_0) \left[\left(\frac{F_0 + \eta^2}{2} + N_1 \eta \right) (1 + N_1 + N_2) - \left(\frac{1}{6} + N_1 N_2 + \frac{N_1 + N_2}{2} \right) \right] + \frac{F_0}{2} (1 + N_1 + N_2)}{(1 + N_1 + N_2)^2} + \right. \\
 & \left. + \sum_{n=1}^{\infty} A_n \frac{1}{\mu_n^2 + p} \left(\cos \mu_n \eta - N_1 \mu_n \sin \mu_n \eta \right) \left[\mu_n^2 \exp(-\mu_n^2 F_0) + p \exp(p F_0) \right] \right\}. \quad (12)
 \end{aligned}$$

Следует отметить, что полученные решения (5), (8), (10), (12) обладают ценным свойством, так как в каждом из них можно совершить предельный переход по значениям величин N_1 и N_2 , приравняв их одновременно или поочередно нулю. Так если мы приравняем нулю N_1 , или N_2 , то получим решения для соответствующих двухслойных стенок. При этом соответствующим образом преобразуются соотношения для определения корней и характеристических чисел.

Если одновременно N_1 и N_2 приравняем нулю, то получим формулу для определения теплового режима в однородной, с теплотехнической точки зрения, неограниченной пластине под воздействием произвольно изменяющегося со временем теплового потока.

Если при этом тепловой поток принять постоянным во времени, то из (5) получим решение для однослойной стенки, подробно исследованное в работах А.В. Лыкова [1]

$$t(\eta, F_0) - t_0 = q_0 \frac{\delta}{\lambda} \left\{ F_0 + \frac{\eta^2}{2} - \frac{1}{6} + \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{2}{\mu_n^2} \cos \mu_n \eta \exp(-\mu_n^2 F_0) \right\}, \quad (13)$$

при этом значения корней характеристического уравнения определяются из соотношения

$$\mu_n = n\pi \quad (14)$$

Таким образом, получена обобщенная аналитическая зависимость (5), характеризующая прогрев трехслойной пластины при одностороннем нагреве произвольно изменяющимся в процессе огневого воздействия тепловым потоком. Полученные результаты можно использовать для расчета прогрева слоистых конструктивных элементов при различных температурных режимах пожаров с определенными значениями функции теплового потока.

Определение теплового потока в строительные конструкции при стандартном пожаре нами проведено путем решения задачи прогрева железобетонной плиты конечно-разностным методом [3,4]. Результаты исследования представлены на рис. 2.

Из рис. 2 видно, что значение теплового потока в начальный период огневого воздействия интенсивно возрастает, достигая некоторого максимального значения, а затем происходит его плавное

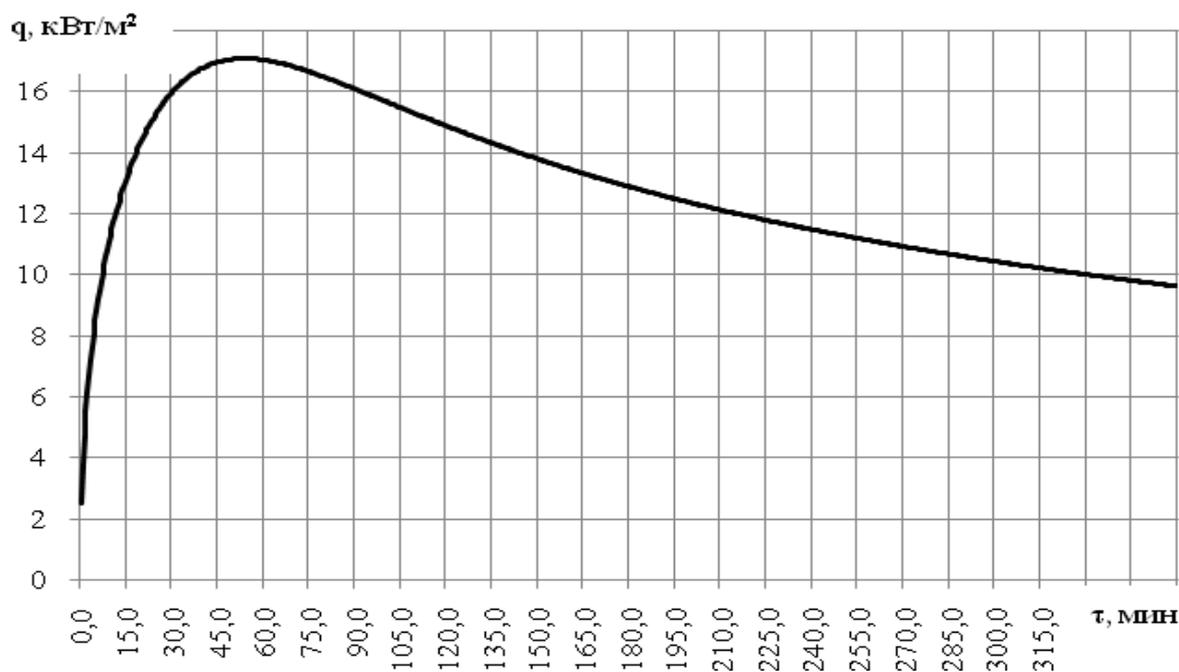


Рис.2. Изменение теплового потока со временем.

снижение. В среднем значение функции теплового потока за шестичасовой период огневого воздействия составляет 12,881 кВт/м, что достаточно хорошо сходится с результатами, полученными в работе [5]. Дальнейшие исследования будут направлены на отработку методики расчета прогрева строительных конструкций при реальных температурных режимах пожаров.

THE ISSUE HEATING CONSTRUCTION IN BOUNDARY CONDITIONS OF THE SECOND KIND

A.M. Zaytsev, V.A. Bolgov, D.C. Chernykh

The generalized analytical solution warm sandwich constructions with arbitrary time variation of the function of the heat flux. Calculation formulas for exponential, linear and constant heat flux values of functions. Finite-difference method is used to value the heat flux to temperature standard fire.

KEYWORDS: HEATING CONSTRUCTIONS, STANDARD FIRE, THE HEAT FLUX.

ЛИТЕРАТУРА

1. Лыков А.В. Теория теплопроводности. - М.: Высшая школа, 1967. – 599 с.
2. Зайцев А.М., Крикунов Г.Н., Яковлев А.И. Расчет огнестойкости элементов строительных конструкций. – Воронеж: Изд-во ВГУ, 1982. – 116 с.
3. Инструкция по расчету фактических пределов огнестойкости железобетонных строительных конструкций на основе применения ЭВМ. М.: ВНИИПО, 1975. – 222 с.
4. Ваничев А.П. Приближенный метод решения задач теплопроводности в твердых телах. Труды НИИ-1. – М.: Изд-во бюро новой техники, 1947. – 46 с.
5. Молчадский И.С. Пожар в помещении. – М.: ВНИИПО, 2005. – 456 с.