



## МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ПЕРЕНОСА СОЛНЕЧНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ В ЗЕМНОЙ АТМОСФЕРЕ. ЧАСТЬ 3

Ю. Е. Беликов, С. В. Дышлевский, Ш. С. Николайшвили

Представлены результаты тестирования и верификации модели переноса излучения, алгоритмы которой были описаны в первых частях статьи. Методика решения уравнения переноса излучения реализована в виде компьютерной программы, написанной на языке Фортран для ПК. Получено хорошее согласие между результатами, полученными по описываемой программе переноса излучения, с расчётами Ван де Хюлста. Максимальное отличие оптических характеристик излучения не превышает 1-4%, при этом в большинстве случаев отличие не превышает сотых долей процента. Также была проведена верификация модели посредством сравнения расчетов с другими программами (кодами). Получено хорошее совпадение результатов между расчётами по **sN&B** коду (скалярному коду Николайшвили-Беликова), и вычислениями по скалярному коду О. В. Постылякова (**sP**) на основе метода Монте-Карло и скалярному коду Розанова (**sR**), а также проведенными ранее вычислениями с использованием полного сферического скалярного кода Дэйва (**sD**) для зенитных углов от 0 до 90 градусов.

**Ключевые слова:** МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ, ПЕРЕНОС ИЗЛУЧЕНИЯ, ТЕСТИРОВАНИЕ МОДЕЛЕЙ

### ВВЕДЕНИЕ

Последняя третья часть статьи посвящена тестированию и верификации модели переноса солнечного излучения [1—3]. Методика решения уравнения переноса излучения, изложенная в первых двух частях статьи, реализована в виде компьютерной программы, написанной на языке Фортран. Эта программа ранее проходила верификацию и тестирование [4—6], и мы здесь напомним некоторые результаты. В то же время в данной работе в связи с проводящимися вычислениями по моделированию изменения климата Арктики в результате движения магнитного полюса (грант РФФИ 18-05-00812) проведено дополнительное тестирование программы. В частности, показана важность учета сферичности атмосферы при больших зенитных углах Солнца, что является необходимым для моделирования климатических эффектов в сумеречных условиях, характерных для области Арктики.

Одним из полезных тестов является сопоставление расчетов с таблицами Ван де Хюлста [7]. В этой работе для решения уравнения переноса излучения использован метод удвоения слоев: расчеты первоначально производятся для очень маленьких оптических толщин рассеивающих слоев для которых уравнения переноса становится линейным, а затем производятся расчеты для двойной оптической толщины, которая в дальнейших расчетах может быть в свою очередь удвоена и т.д. При этом оптические толщины, для которых решается уравнения переноса излучения, могут достигать значительных величин. Ранее делалось сопоставления расчетов для интенсивностей рассеянного излучения [3].

В данной работе приведены более детальные сопоставления модельных расчетов с результатами Ван де Хюлста [7] для различных оптических характеристик излучения, включая средние интенсивности излучения (*average*) и потоки излучения (*flux*). Последние дают возможность проверить фактически полный баланс излучения (закон сохранения энергии) на границе рассеивающих слоев, что является одним из необходимых тестов правильности работы программы. Расчеты выполнены Ван де Хюлстом [7] для сферической индикатрисы. Сферическая индикатриса

встречается в природе, например при переносе излучения в водородной линии Лайман-альфа в верхней атмосфере. Одним из авторов статьи проведены тщательные расчеты переноса излучения в водородной линии Лайман-альфа с помощью рассматриваемой методики и программы [6]. При этом тестирование программы с использованием результатов Ван де Хюлста явилось важным начальным этапом указанной работы.

### 3.1. СРАВНЕНИЕ ВЫЧИСЛЕНИЙ С РЕЗУЛЬТАТАМИ ВАН ДЕ ХЮЛСТА И АНАЛИТИЧЕСКИМИ ФОРМУЛАМИ

В таблице 1 приведено сопоставление модельных расчетов, выполненных с помощью рассматриваемой математической модели переноса излучения, с вычислениями Ван де Хюлста. В таблице сопоставляются интенсивности рассеянного излучения, а также средние интенсивности излучения и потоки излучения для чисто рассеивающего слоя оптической толщиной 2, при зенитном угле Солнца 0 градусов (Солнце в зените). При этом единицы измерений потоков и интенсивностей излучения даны в единицах  $\pi F_0$  — потока солнечного излучения на верхней границе атмосферы. При указанной оптической толщине рассеивающего слоя в рассматриваемой сферической модели переноса излучения толщина слоя составляла 10 км, при этом основание слоя располагалось у поверхности Земли. Отметим, что в плоскопараллельной атмосфере [7] результаты расчетов интенсивностей, а также потоков излучения на верхней и нижней границах рассеивающего слоя не зависят от высотного положения и толщины этого слоя. Основными параметрами при этом являются оптическая толщина слоя и зенитный угол Солнца.

В таблице 1 показаны также вклады различных кратностей рассеяния в интенсивность и поток излучения как на верхней (*top*), так и на нижней границе (*bottom*) рассеивающего слоя. Кроме того, в таблице приведены результаты расчетов интенсивностей и потоков излучения в многократном приближении (это примерно 30 кратностей рассеяния, см. далее), даны прямые потоки излучения. При этом полные потоки излучения на нижней границе включают прямой поток излучения.

Таблица 1. Сравнение расчетов с использованием сферической модели переноса рассеянного излучения с расчетами Ван де Хюлста [7].

Кратность рассеянного излучения на верхней (top) или нижней (bottom) границе слоя	Ван де Хюлст Интенсивность излучения	Расчет по модели Интенсивность излучения	Ван де Хюлст Средняя интенсивность (average)	Расчет по модели Средняя интенсивность (average)	Ван де Хюлст Поток излучения (flux)	Расчет по модели Поток излучения (flux)
1 top	0.1227	0.1227	0.1726	0.1726	0.1523	0.1524
1 bottom	0.06767	0.06767	0.05521	0.05522	0.06151	0.06151
2 top	0.07876	0.07877	0.09879	0.09907	0.09488	0.09395
2 bottom	0.05696	0.05567	0.04925	0.04901	0.05406	0.05369
3 top	0.05943	0.05698	0.06567	0.06602	0.6547	0.06511
3 bottom	0.04699	0.04564	0.04246	0.04221	0.04591	0.04596
All top	0.45975	0.44891	0.53533	0.53875	0.51751	0.51768
All bottom+direct	0.35436	0.34782	0.39038	0.39142	0.48249	0.48229
Прямой поток излучения	–	–	0.06767	0.06767	0.13534	0.13534

Как видно из таблицы 1, результаты вычислений по модели переноса излучения с высокой точностью совпадают с данными Ван де Хюлста. Максимальное отличие оптических характеристик излучения не превышает 1—4%, однако во многих случаях отличие существенно меньше и не превышает сотых долей процента.

Отметим, что сумма полных потоков на верхней и нижней границах рассеивающего слоя составляет единицу, что, как отмечалось, является необходимым условием, вытекающим из закона сохранения энергии.

На рисунке 1 показаны сумма и вклад различных кратностей рассеяния в поток нисходящего рассеянного излучения на нижней границе рассеивающего слоя оптической толщины 2 при зенитном угле Солнца 0 градусов. Как видно из этого рисунка, метод последовательных приближений,

используемый в модели переноса излучения, сходится для указанной оптической толщины слоя примерно через 25-30 итераций, что соответствует учету этого же числа кратностей рассеянного излучения. Время расчета на стандартном офисном компьютере составляет примерно три часа. Для слоя с большей оптической толщиной 10 и более может потребоваться учет 100 и больше кратностей рассеяния и, соответственно, время расчетов может увеличиться до суток и более.

Как отмечалось выше, расчеты Ван де Хюлста [7] были выполнены для плоскопараллельных рассеивающих слоев, в то время как в рассматриваемой модели переноса рассеяние происходит в сферической атмосфере. Наибольшее отличие расчетов для сферической и плоскопараллельной атмосферы должно проявляться при больших зенитных углах Солнца. Чтобы выявить это отличие и его величину был проведен еще один тест с включением больших зенитных углов Солнца.



Рис.1. Сумма и вклад различных кратностей рассеяния в поток нисходящего рассеянного излучения на нижней границе рассеивающего слоя оптической толщины 2 с использованием сферической модели переноса излучения.

Согласно [9] интенсивность рассеянного солнечного излучения  $I_1$  на нижней границе рассеивающего слоя в однократном приближении можно выразить как:

$$I_1 = \frac{F_0 \sec Z}{4(\sec Z_0 - \sec Z)} (e^{-\tau \sec Z} - e^{-\tau \sec Z_0}) P(\theta)$$

Здесь  $F_0 = F/\pi$ , где  $F$  — поток солнечного излучения на верхней границе атмосферы;  $\tau$  — оптическая толщина рассеивающего слоя;  $Z$  — зенитный угол Солнца;  $P(\theta)$  — индикатриса рассеяния,  $\theta$  — угол рассеяния.

Эта аналитическая формула позволяет вычислить интенсивность излучения в однократном приближении для различных направлений визирования в однократном приближении для плоскопараллельной атмосферы. На рисунке 2 приведено сопоставление результатов вычислений согласно указанной формуле и модели переноса излучения для рассеивающего слоя оптической толщины 2 и зенитного угла Солнца 85 градусов. Расчеты производились для целого ряда направлений визирования, лежащих в плоскости солнечного вертикала. При этом угол визирования меняется от 0 до 180 градусов от горизонтального в солнечном направлении до горизонтального в антисолнечном направлении, проходя при этом зенит (рис. 2). В вычислениях предполагалось, что индикатриса рассеяния является релеевской, т. е.  $P(\theta) = 3/4*(1 + \cos^2 \theta)$ .

Зенитный угол 85 градусов выбран был не случайно, т. к. именно при больших зенитных углах Солнца начинает проявляться отличие сферической модели от плоскопараллельной. Данное тестирование позволяет выявить указанное отличие, определить его зависимость от угла визирования.

Как видно из рисунка 2, расчеты по модели рассеянного излучения с достаточно высокой точностью – в пределах нескольких процентов – совпадают с расчетами, сделанными с помощью аналитической формулы для направлений визирования с небольшими зенитными углами. При больших зенитных углах расхождение увеличивается, достигая почти порядка величины.

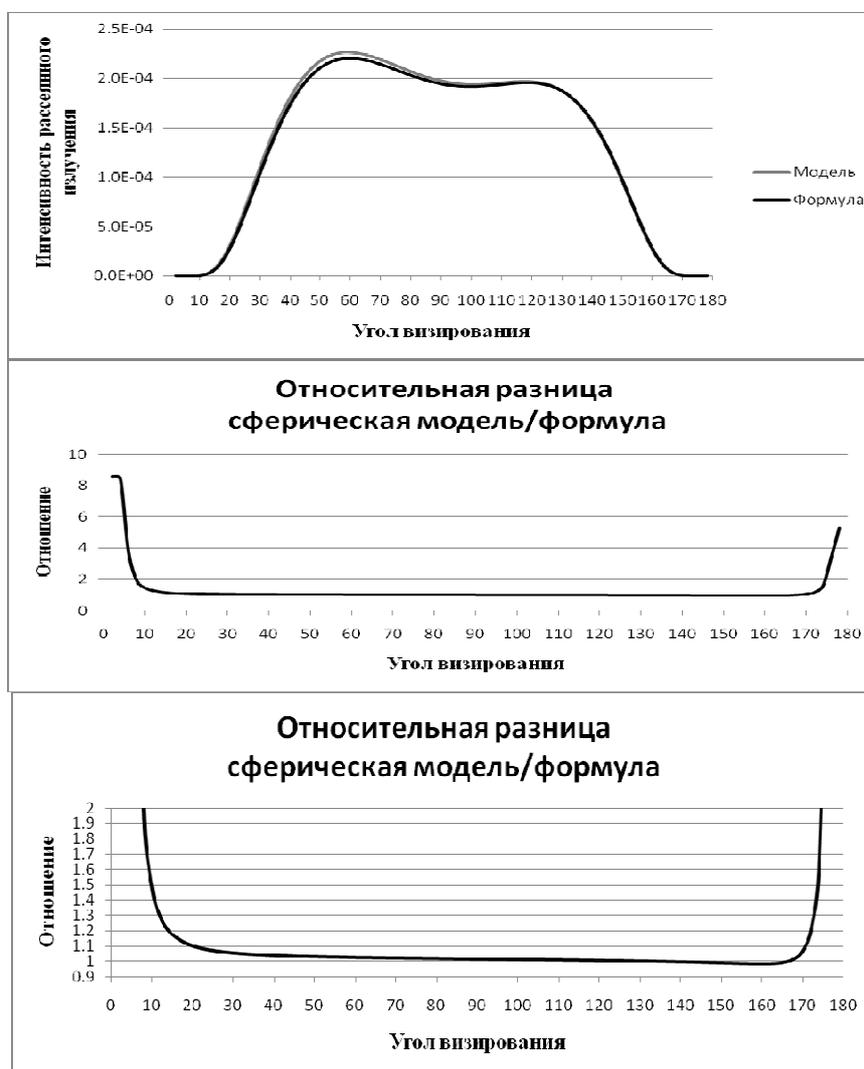


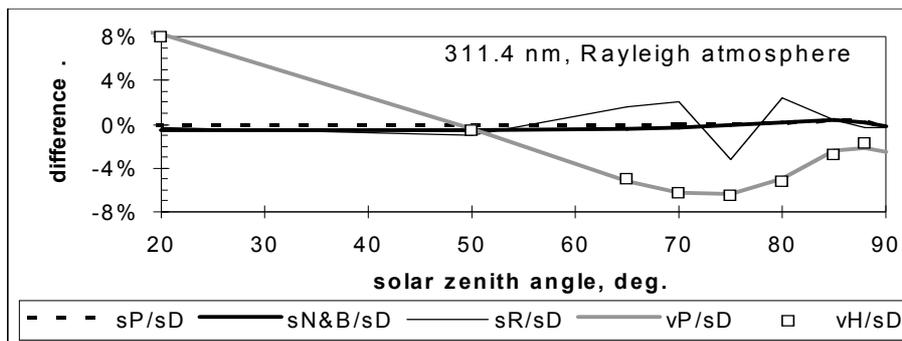
Рис. 2. Сравнение интенсивностей рассеянного излучения при различных углах визирования в плоскости солнечного вертикала, рассчитанных по аналитической формуле и с помощью сферической модели переноса излучения. Показана относительная разница в вычислениях. Оптическая толщина рассеивающего слоя равна 2, зенитный угол Солнца составил 85 градусов. Индикатриса рассеяния соответствовала релейевской.

### 3.2. СРАВНЕНИЕ ВЫЧИСЛЕНИЙ С РАСЧЕТАМИ ДРУГИХ АВТОРОВ ДЛЯ УСЛОВИЙ РЕАЛЬНОЙ АТМОСФЕРЫ

Проведенные тесты позволяют сопоставить модельные вычисления интенсивностей и потоков излучения для различных порядков рассеяния с независимыми вычислениями, выполненными с большой точностью. Не менее важно провести верификацию и тестирование модели для условий, более близких к реальной атмосфере. Такая верификация была сделана посредством сравнения расчетов с другими программами (кодами). Сопоставления были сделаны ранее в работах [4–6] как в видимой, так и ультрафиолетовой области спектра.

Предварительное сравнение модели было сделано в работе [4] для двух длин волн: 311.4 и 332.4 нм (так называемая С-пара). Эти длины волн используются для восстановления озона в наземных измерениях Умкер-методом [10]. В этой работе сравнивались несколько численных кодов

(a)



(b)

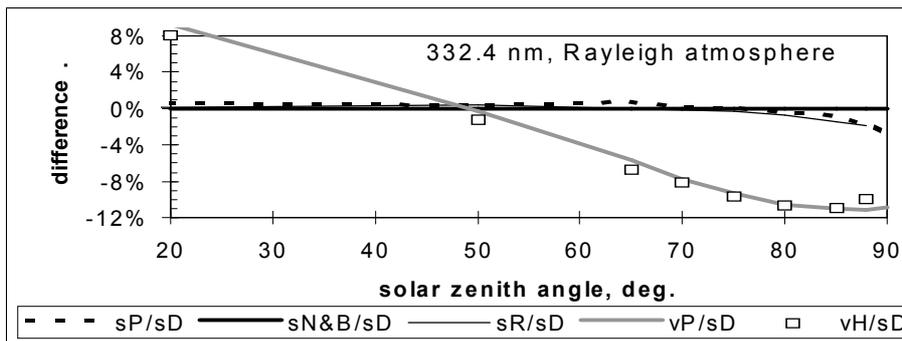
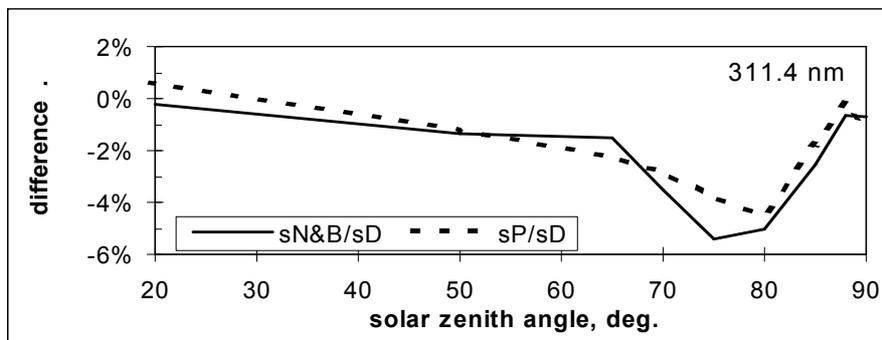


Рис. 3. Относительная разность между зенитными интенсивностями неба, вычисленными с помощью различных кодов переноса излучения для длин волн 311.4 нм (а) и 332.4 нм (б). В вычислениях учтены релеевское рассеяние и поглощение озоном (350 е. д.).

(a)



(b)

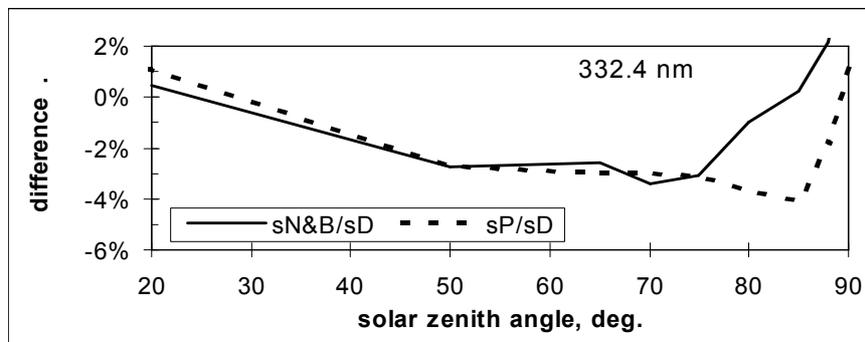


Рис. 4. Относительная разность между зенитными интенсивностями неба, вычисленными с помощью различных кодов переноса излучения, для длин волн 311.4 нм (а) и 332.4 нм (б). В вычислениях учтены релеевское рассеяние, рассеяние на аэрозоле и поглощение озоном (350 е. д.).

(программ) для условий стандартной атмосферы и зенитных углов Солнца 20—90° [4]. При этом вычислялись зенитные яркости как для молекулярной релеевской атмосферы, содержащей озон, так и для атмосферы с наличием стратосферного аэрозоля. В сравнении участвовали восемь моделей: три полных сферических скалярных (без учета эффектов поляризации) кода, включая рассматриваемый код, основанный на алгоритмах, изложенных выше [3, 11, 12]; полный сферический векторный (включающий эффекты поляризации) код Германа [13] (**vH**); два псевдо-сферических векторных кода [14, 15]; один псевдосферический скалярный код [16] и код Ленобла, основанный на методе Монте-Карло [16]. Все расчеты нормировались на расчеты, выполненные с помощью полного сферического скалярного кода Дэйва [11] (**sD**), представленного Ириной Петропавловских.

Основным результатом этих сравнений стал тот факт, что отличия результатов расчетов по всем моделям, в том числе и рассматриваемой модели, от указанного кода Дэйва, лежат в пределах 10—15%.

Более детальное и полное сравнение модели [1–3] для широкой области спектра, было сделано в работах [5, 6]. Т. к. последние работы включают в себя аналогичные сравнения и ряд результатов работы [4], то мы проиллюстрируем некоторые результаты именно работы [6].

В сравнениях участвуют численный скалярный код, основанный на математическом аппарате переноса излучения, рассмотренном выше, который мы обозначим **sN&B** (скалярный код Николайшвили-Беликова), метод Монте-Карло — векторный (**vP**) и скалярный (**sP**) коды О. В. Постылякова, а также скалярный код Розанова (**sR**).

Для сравнения были использованы стандартные оптические модели сферически однородной атмосферы. В моделях было определено интегральное содержание газов, аэрозоля и воздуха на каждом высотном уровне атмосферы. Вертикальное распределение атмосферных компонент внутри слоя менялось в разных кодах. Для **vP** и **sP** кодов, составляющие распределены равномерно в пределах каждого слоя. Для **sN&B** кода, предполагалось, что концентрация компонент изменялась линейно с высотой внутри слоя.

Для сравнения в УФ области спектра использовалась оптическая модель атмосферы, рассмотренная в работе [4]. В этой оптической модели диапазон высот был увеличен до 200 км, когда сравнение проводилось при зенитных углах Солнца, больших 90 градусов. Для видимых длин волн распределение микрофизических характеристик аэрозоля было взято в соответствии с моделью [17]: индустриальный аэрозоль ниже 2,5 км, континентальный аэрозоль от 2,5 км до 10 км и стратосферный аэрозоль выше 10 км. Толщина слоев была равна 0,5 км ниже 20 км, 2 км – от 20 до 30 км, 5 км – от 30 до 60 км и 10 км от 60 до 200 км. Вычисления были сделаны для чисто релеевского рассеяния и для атмосферы с фоновым аэрозолем.

Для сравнения были использованы стандартные оптические модели сферически однородной атмосферы. В моделях было определено интегральное содержание газов, аэрозоля и воздуха на каждом высотном уровне атмосферы. Вертикальное распределение атмосферных компонент внутри слоя менялось в разных кодах. Для **vP** и **sP** кодов, составляющие распределены равномерно в пределах каждого слоя. Для **sN&B** кода, предполагалось, что концентрация компонент изменялась линейно с высотой внутри слоя.

На рисунке 3 и 4 представлены результаты сравнений для длин волн 311.4 и 332.4 нм. На этих рисунках производится сравнение с аналогичными результатами Петропавловских в виде нормализованной разницы между вычисленной радиацией и псевдоскалярным кодом Дэйва [9] (обозначение **sD**): (выбранный код – **sD**)/**sD**.

Вычисления, сделанные с помощью усовершенствованного **sN&B** кода, а также с **sP** и **sR** кодами хорошо совпадают друг с другом и с проведенными ранее вычислениями с помощью кода Дэйва для зенитных углов от 0 до 90 градусов. Разница между векторным кодом **vP** и скалярным кодом характеризуется особенностями, рассмотренными в [6]. На рисунке 3 даны также результаты вычислений с помощью векторного кода Германа [13], которые проводились с большой точностью.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Belikov Yu. E., Romanovsky Yu. A., Nikolaishvili Sh. S., Peradze R. Numerical model of scattering radiation in the earth atmosphere for scientific Investigations and applications // *Phys. Chem. Earth (B)*, 2000, No. 5–6, pp.427–430.
2. Belikov Yu. E., Nikolaishvili Sh. S., Romanovsky Yu. A. A model of scattered radiation field in the Earth // *Abstracts of The International Radiation Symposium IRS 2000: Current Problems in Atmospheric Radiation*. Saint- Petersburg State University, St. Petersburg, Russia, July 24–29, 2000, pp. 76–77.
3. Беликов Ю. Е., Николайшвили Ш. С. и Перадзе Р. К. Модель рассеяния солнечного света на искусственном сферическом газодисперсном облаке в верхней атмосфере Земли // *Космические исследования*. – М.: Наука, 1993, т. 31, вып. 1, с. 135–142.
4. Petropavlovskikh, I., DeLuisi, J., Herman, B., Loughman, Bartia, P. K., Mateer, C. L., Lenoble, J., and Belikov, Yu. E. A comparison of radiance calculations by spherical atmosphere radiation transfer codes for modelling the Umkehr effect // *Proc. of the XVIII Quadrennial Ozone Symposium, L'Aquila, Italy*, p.163–166, 1996.
5. Postlyakov O. V., Masleev A. N., Antyufeev V. S., Ukhinov S. A., Belikov Yu. E., Nikolaishvili Sh. S., Gogohia V. V. A comparison of radiation transfer algorithms for modelling of the zenith sky radiance observations used for determination of stratospheric trace gases and aerosol // *Abstracts of The International Radiation Symposium IRS 2000: Current Problems in Atmospheric Radiation*. Saint-Petersburg State University, St. Petersburg, Russia, July 24–29, 2000, pp.189–190.
6. Postlyakov O. V., Belikov Yu. E., Nikolaishvili Sh. S., Rozanov A. A comparison of radiation transfer algorithms for modelling of the zenith sky radiance observations used for determination of stratospheric trace gases and aerosol // *IRS 2000: Current Problems in Atmospheric Radiation*, W. L. Smith and Yu. M. Timofeyev (Eds.). A. Deepak Publishing, Hampton, Virginia, 2001, pp.885–888.
7. Hulst H. C. van de. *Multiple light scattering (Tables, formulas and applications)*. — New York: Academic Press, 1980, V.1–2. — 739 с.
8. Дышлевский С. В., Беликов Ю. Е. Особенности вариаций потоков излучения в водородной линии Лайман-альфа в D-области ионосферы, Международный симпозиум “Атмосферная радиация и динамика” (МСАРД-2017), 27–30 июня 2017 г., С.Петербург-Петродворец, тезисы доклада, с.257–259, <http://www.irc.phys.spbu.ru/msard17/thesis.pdf>
9. Чемберлен Дж. *Теория планетных атмосфер*, пер. с англ., М.: Мир, 1981, 352 с.
10. Mateer C. L., J. J. Deluisi. A new Umkehr inversion algorithm // *J.Atmos.Terr.Physics*, 1992, v.54, N2, pp.537–556.
11. Dave, J. V., Effect of aerosols on the estimation of total ozone in an atmospheric column from the measurement of its ultraviolet radiance // *J. Atmos. Sci.*, 1978, 35, pp.899–911.
12. Herman B. M., Ben-David A., and Thome K. J. Numerical technique for solving the radiative transfer equation for a spherical-shell atmosphere // *Appl. Opt.* 1994, 33, pp.1760–1770.
13. Herman B., Caudill T. R., Flittner D. E., Tom K. J. and Ren A. A comparison of the Gauss-Seidel spherical polarized radiative transfer code with other radiative transfer codes // *Appl. Opt.*, 1995, v.3, p.4572.
14. Dave, J. V. Multiple scattering in a non-homogeneous, Rayleigh atmosphere // *J. Atmos. Sci.*, 1965, 22, pp.273–279.
15. Dave J. V. Subroutines for Computing the Parameters of the Electromagnetic Radiation Scattered by Sphere // Report No. 320-3237, May 1968 still available from IBM Palo Alto Scientific Center, 1530 Page Mill Road Palo Alto, California 94304, USA 14. Lenoble J., *Radiative Transfer in Scattering and Absorbing Atmospheres: Standard Computational Procedures* // Deepak, Hampton, Va., 1985, Part 2, Chap. 3, pp. 247–255.
16. Lenoble J., *Radiative Transfer in Scattering and Absorbing Atmospheres: Standard Computational Procedures* // Deepak, Hampton, Va., 1985, Part 2, Chap. 3, pp. 247–255.
17. WMO, 1986: World Climate Program: A preliminary cloudless standard atmosphere for radiation computation. WCP-112, Radiation Commission, Int. Assoc. of Meteorol. and Atmos. Phys.

**MATHEMATICAL MODEL OF THE RADIATION TRANSFER IN THE SPHERICAL HETEROPHASE MEDIUM. PART 3**

Yu. E. Belikov, S. V. Dyshlevsky, Sh. S. Nikolaishvili

The results of the radiation transfer model validation and verification are presented. The model algorithms were described previously in Parts 1, and 2. The method of the radiation transfer equation solution is implemented as a Fortran-based program for PC. The results of the simulation by the radiation transfer program under consideration are in a good agreement with the H. C. van de Hulst table values: the maximum differences for the limited number of data fall in the range 1—4 percent, and for the majority of data do not exceed 0.01—0.1 percent. The model verification was carried out also by the comparison of the calculations with some other software programs (codes). A good fit was obtained of the calculations by the **sN&B** code (the scalar code of Nikolaishvili and Belikov) with those ones by Postlyakov's scalar code (**sP**), which was based on Monte-Carlo method, and Rozanov's scalar code (**sR**). The results are also in a good agreement with the earlier calculations by Dave's complete spherical scalar code (**sD**) for the solar zenith angles from 0 to 90 degrees

**KEYWORDS:** MATHEMATICAL MODELING, RADIATION TRANSFER, MODEL VALIDATION