



УДК 535.2

**ВАРИАЦИОННЫЙ ПРИНЦИП ПРИ ОБОСНОВАНИИ ВЫБОРА ОПТИМАЛЬНЫХ УСЛОВИЙ ДЛЯ КАЛИБРОВКИ СОЛНЕЧНЫХ ФОТОМЕТРОВ ПО МЕТОДУ ЛЕНГЛИ**

Х. Г. Асадов, И. Г. Чобанзаде

<sup>1</sup> Национальное аэрокосмическое агентство, г. Баку, Азербайджанская Республика

Статья посвящена качественно новому подходу определения порядка калибровки солнечных фотометров. Отмечено, что существующие модификации метода Ленгли калибровки солнечных фотометров, включая аналитическую разновидность этого метода, позволяют осуществить количественную оценку точности проводимой калибровки. В то же время отсутствует качественный подход к решению задачи обеспечения высокой достоверности калибровки. Суть предлагаемого качественного подхода заключается в определении такой динамики взаимосвязанного изменения  $m$  и  $\tau_{\text{аэр}}$ , при которой достоверность калибровки достиг бы наивысшей величины. Предложен критерий обеспечения высокой достоверности проводимой калибровки, на основе которого сформулирована вариационная задача Лагранжа с учетом принятого ограничительного условия.

Решение оптимизационной задачи показало, что калибровка солнечного фотометра, выполненная на линейном участке изменения  $m$ , представляется оптимальной с точки зрения предложенного вариационного принципа. При дальнейшем увеличении оптической воздушной массы наивысокая достоверность результата калибровки достигается при противофазной динамике изменения  $m$  и  $\tau_{\text{аэр}}$ .

**КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА:** СОЛНЕЧНЫЙ ФОТОМЕТР, КАЛИБРОВКА, ДОСТОВЕРНОСТЬ, КРИТЕРИЙ, ОПТИМИЗАЦИЯ

DOI 10.5425/2304-7380\_2022\_33\_34

<https://elibrary.ru/llyqkw>**1. ВВЕДЕНИЕ**

Солнечные фотометры являются одним из важнейших инструментов для исследования атмосферы. С помощью солнечных фотометров могут быть исследованы такие составляющие атмосферы как аэрозоль [1-5], водяные пары [6-8], а также атмосферный озон при использовании фотометра в режиме озонметра [9, 10]. Кроме всего этого солнечные фотометры позволяют оценить солнечную постоянную, и в принципе способны работать после соответствующей калибровки с любым другим источником излучения, например, в режиме лунного фотометра. Солнечные фотометры также оказываются полезными для проведения калибровки лидарных устройств путем сравнения результатов совместных измерений оптической плотности атмосферного аэрозоля [11, 12]. Можно предположить, что практическая значимость солнечных фотометров не ограничивается вышеуказанными областями, т.к. имеются сведения о разработке гиперспектральных солнечных фотометров, предназначенных для измерения малых газов атмосферы.



Вместе с тем, важнейшим условием достоверной работы солнечных фотометров, как и всяких измерительных приборов, является их правильная калибровка. Классическим методом калибровки солнечных фотометров является метод диаграмм Ленгли, а наилучший результат применения этого метода достигается в высокогорных местностях, где аэрозольная загрязненность воздуха минимальна.

Примером тому является лаборатория NASA, расположенная на Гавайских островах, в местечке Мауна Лоа, на высоте 2700 м [13, 14].

Суть метода диаграмм Ленгли заключается в графоаналитическом определении взаимосвязи выходного сигнала солнечного фотометра и значения солнечной постоянной. Вкратце изложим этот метод. Согласно закону Бугера – Бера

$$I(\lambda, m) = I_0(\lambda) \exp[-m\tau_{ex}(\lambda, m)] \quad (1)$$

где  $I(\lambda, m)$  – спектральная интенсивность прямой солнечной радиации,  $I_0(\lambda)$  – внеатмосферная интенсивность солнечной радиации,  $\tau_{ex}(\lambda, m)$  – оптическая толщина атмосферы,  $m$  – воздушная масса в направлении на Солнце.

Из выражения (1) легко получить условие

$$\ln I(\lambda) = \ln I_0(\lambda) - m\tau \quad (2)$$

Далее строится график зависимости  $\ln I(\lambda)$  от  $m$ , и при гипотетической величине  $m = 0$  получаем точку  $\ln I(\lambda) = \ln I_0(\lambda)$ . Дальнейшие графоаналитические вычисления позволяют откалибровать  $I(\lambda)$  по величине  $I_0(\lambda)$ .

Основной недостаток метода Ленгли заключается в необходимости проведения фотометрических измерений по меньшей мере при двух различных величинах  $m$ , что потребует ожидания некоторого временного интервала  $\Delta t$ , в течение которого высота Солнца изменится на соответствующую величину.

Вместе с тем, из-за временной нестабильности атмосферного аэрозоля появляется приращение  $\Delta\tau_{aэр}$ , что в свою очередь приводит к погрешности экстраполяции графика выражения (2) к точке  $m = 0$ .

Следует отметить, что были предложены некоторые решения для усовершенствования графоаналитической версии метода Ленгли [15-17].

Также следует отметить появление полностью аналитической версии метода Ленгли [18], а также усовершенствование этого метода для уменьшения аэрозольной погрешности [18].

Вместе с тем, как сам метод диаграмм Ленгли, так и все его всевозможные модификации характеризуются количественным подходом к решению задачи калибровки солнечных фотометров, а качественная сторона вопроса остается в стороне. Качественный подход к задаче калибровки солнечных фотометров заключается в следующем. Следует определить, при каком соотношении динамики изменения показателей  $m$  и  $\tau_{aэр}$  может быть достигнут наилучший результат калибровки. Далее предлагается метод решения указанно задачи.

## 2. ПРЕДЛАГАЕМЫЙ МЕТОД

На основе выражения (1) можно предложить специальный критерий достоверности калибровки, проводимой на основе серии измерений во временные моменты  $t_i$ ;  $i = \overline{1, n}$  при которых значения оптической массы  $m_i$  составляют упорядоченное множество

$$M = \{m_i\}, \quad (3)$$

где

$$m_i = m_{i-1} + \Delta m; \Delta m = const \quad (4)$$

Предлагаемый критерий достоверности  $\gamma$  результата калибровки в дискретном варианте имеет вид:

$$\gamma_g = \sum_{i=1}^n \left(1 - \frac{I(\lambda)_i}{I_0(\lambda)}\right) \rightarrow \max \quad (5)$$

Смысл критерия (5) заключается в том, что должна быть определена такая регрессионная взаимосвязь показателей  $m$  и  $\tau_{\text{аэр}}$ , при которой сигналы на выходе фотометра по возможности были не близки к эталону, в данном случае к  $I_0(\lambda)$ , имея в виду очевидное ограничение  $I(\lambda)_i < I_0(\lambda)$ .

Отметим, что критерий (5) минимизирует суммарное влияние всех шумов, исходящих из экспоненциального члена (1), включая аэрозольные шумы, а также возможные шумы из-за приближенного выполнения условия равенства оптической толщины атмосферы к оптической толщине аэрозоля. Для решения задачи (5) для математического удобства записи далее перейдем на непрерывную модель записи. В непрерывном виде критерий (5) может быть записан как

$$\gamma_n = \int_1^{m_{\max}} \left(1 - \frac{I(\lambda, \tau, m)}{I_0(\lambda)}\right) dm \quad (6)$$

Для решения задачи (6) в плане оптимизации проводимых измерительных процедур при калибровке, введем на рассмотрение функцию связи:

$$\tau_{\text{аэр}} = f(m) \quad (7)$$

Отметим, что здесь речь идет о регрессионной зависимости оптической толщины аэрозоля от текущего дневного времени, т. е. от оптической воздушной массы. Имеются множество публикаций исследователей Международной сети АЕРОНЕТ об изменении оптической толщины аэрозоля в течение дня (до полудня оптическая толщина растет, затем до 17:00 падает, затем до 19:00 растет и т.д.)

С учетом (1), (6), (7) получаем следующий функционал цели:

$$\gamma_n = \int_1^{m_{\max}} (1 - e^{-f(m) \cdot m}) dm \quad (8)$$

Для вычисления оптимальной функции  $f(m)$  воспользуемся следующим ограничительным условием:

$$\int_1^{m_{\max}} f(m) dm = C; C = \text{const} \quad (9)$$

Смысл ограничительного условия (9) заключается в том, что в среднем аэрозольная загрязненность в конкретной местности за некоторый относительно короткий интервал времени при отсутствии аномальных факторов не изменяется. С учетом (8) и (9) составим задачи Лагранжа в виде:

$$F = \int_1^{m_{\max}} (1 - e^{-f(m) \cdot m}) dm - \chi \left[ \int_1^{m_{\max}} f(m) dm - C \right] \quad (10)$$

где  $\chi$  – множитель Лагранжа.

Решение задачи (10) должна удовлетворить условию [20]:

$$\frac{d\{1 - e^{-f(m) \cdot m} - \chi \cdot f(m)\}}{df(m)} = 0 \quad (11)$$

Из (11) получаем

$$m \cdot e^{-f(m)} - \chi = 0 \quad (12)$$

Из (12) находим

$$f(m) = \frac{1}{m} \ln \frac{m}{\chi} \quad (13)$$

Для вычисления  $\chi$  воспользуемся выражениями (9) и (13). Имеем

$$\int_1^{m_{max}} \frac{1}{m} \ln \frac{m}{\chi} dm = C \quad (14)$$

Из (14) находим

$$\int_1^{m_{max}} \frac{1}{m} \ln m dm - \int_1^{m_{max}} \frac{1}{m} \ln \chi dm = C \quad (15)$$

Из (15) получим

$$\ln \chi = \frac{\int_1^{m_{max}} \frac{1}{m} \ln m dm - C}{\int_1^{m_{max}} \frac{dm}{m}} \quad (16)$$

Из (16) окончательно имеем

$$\chi = \exp \left[ \frac{\int_1^{m_{max}} \frac{1}{m} \ln m dm - C}{\int_1^{m_{max}} \frac{dm}{m}} \right] \quad (17)$$

Учитывая (17) в (13), а также раскрыв определенные интегралы, находящиеся в знаменателе и числителе в показателе экспоненты в (17) находим

$$\tau m = \ln m - \frac{1}{2} \ln m_{max} - \frac{C}{\ln m_{max}} \quad (18)$$

Отсюда вывод: показатель экспоненты в уравнении (1) с ростом  $m$  (воздушная масса) возрастает по логарифмическому закону и такая динамика изменений обеспечивает максимум критерия  $\gamma$ . Следует отметить, что калибровка солнечного фотометра, выполненная на линейном участке изменения  $m$ , представляется оптимальной с точки зрения предложенного вариационного принципа. На практике предпочтительны именно такие условия [1]. Вместе с тем, судя по решению (18), при дальнейшем росте воздушной массы необходима обратная динамика изменения  $\tau$  и  $m$ . То есть, рост  $m$  должен сопровождаться уменьшением  $\tau$ .

Согласно критерию  $\gamma$ , при соблюдении этого условия калибровка солнечного фотометра в течение определенного интервала времени по методу Ленгли может привести к более высокой достоверности результатов калибровки.

### 3. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Отмечено, что многочисленные модификации известного метода калибровки солнечных фотометров, включая полностью аналитическую разновидность этого метода, позволяют осуществить количественную оценку точности решения задачи калибровки. В то же время не развит качественный подход к решению задачи калибровки, заключающийся в определении такой динамики взаимосвязанного изменения  $m$  и  $\tau_{\text{аэр}}$ , при которой достоверность калибровки достиг бы наивысшей

величины. Предложен критерий достоверности проводимой калибровки, на основе которого сформулирована вариационная задача Лагранжа с учетом принятого ограничительного условия.

Решение оптимизационной задачи методом Эйлера показало, что показатель экспоненты в известном законе Бугера с ростом  $m$  (воздушная масса) возрастает по логарифмическому закону и такая динамика изменений обеспечивает максимум предложенного критерия достоверности результатов калибровки. При этом калибровка солнечного фотометра, выполненная на линейном участке изменения  $m$ , представляется оптимальной с точки зрения предложенного вариационного принципа. Вместе с тем, судя по полученному решению, при дальнейшем росте воздушной массы необходима обратная динамика изменения  $\tau$  и  $m$ .

## ЛИТЕРАТУРА

1. Смеркалов В.А. Прикладная оптика атмосферы, Санкт-Петербург, Гидрометеиздат, 1997, 333с
2. *Khatri P., Takamura T., Nakajima T., Estelles V., Irie H., Kuze H., Campanelli M., Siyuk A., Lee S. M., Sohn B., Padhihurai G., Kim S. W., Yoon S. C., Lozano J. A. M., Hashimoto M., Devara P. S. A., Manago N.* Factors for inconsistent aerosol single scattering albedo between SKYNET and AERONET// J. Geophys. Res. Atmos. 2016. Vol. 121. Pp. 1859-1877. <https://doi.org/10.1002/2015JD-23976>.
3. *Giles D. M., Sinyuk A., Sorokin M. G., Schafer J. S., Smirnov A., Slutsker I., Eck T. F., Holben B.N., Lewis J.R., Campbell J.R., Welton E.J., Korkin S.V., Lyapustin A.I.* Advancements in the aerosol robotic network (AERONET) version 3 database – automated near – real – time quality control algorithm with improved cloud screening for sun photometer aerosol optical depth (AOD) measurements// Atmos. Meas. Tech. 2019. Vol. 12. Pp. 169-209. <https://doi.org/10.5194/amt-12-169-2019>.
4. *He Z. Z., Mao J. K., Hans X. S.* Non – parametric estimation of particle size distribution from spectral extinction data with PCA approach// Powder Technol. 2018. Vol. 325. Pp. 510-518.
5. *Kumar K. R., Kang N., Yin Y.* Classification of key aerosol types and their frequency distribution based on satellite remote sensing data at an industrially polluted city in the Yangtze River Delta, China// Int. J. Climatol. 2018. Vol. 38. Pp. 320-336.
6. *Tiwari S., Kaskaoutis D., Soni V. K., Attri S. D., Singh A. K.* Aerosol columnar characteristics and their heterogeneous nature over Varanasi, in the central Ganges valley// Environ. Sci. Pollut. R. 2018. Vol. 25. Pp. 24726-24745. <https://doi.org/10.1007/s1356-018-2502-4>.
7. *Falayi O. A., Abimbola O. J., Pinker R. T., Perez-Ramirez D., Willoughby A. A.* Multi – techniques analysis of precipitable water vapor estimate sin the sub – Sahel West Africa// Heliyon. 5 September 2018. Vol. 4(9). e00765. DOI:10.1016/j.heliyon.2018.e00765.
8. *Adeyemi B.* Empirical modelling of layered integrated water vapor using surface mixing ratio in Nigeria// J. Appl. Meteorol. Climatol. 2008. Vol. 48. Pp. 369e380.
9. *Adeyemi B. Joerg S.* Analysis of water vapor over Nigeria using radiosonde and satellite data// J. Appl. Meteorol. Climatol. 2012. Vol. 51. 1855e1866.
10. *Ross M. N., Toohey D. W., Rawlins W. T., Richard E. C., Kelly K. K., Tuck A. F., Proffitt M. H., Hagen D. E., Hopkins A. R., Whitefield P. D., Benbrook J. R., Sheldon W. R.* Observation of stratospheric ozone depletion associated with Delta II rocket emissions// Geophys. Res. Lett. 2000. Vol. 27. Pp. 2209-2212. DOI:10.1029/1999GL011159.
11. *Washenfelder R. A., Wagner N. L., Dube W. P., Brown S. S.* Measurement of atmospheric ozone by cavity ring – down spectroscopy// Environ. Sci. Technol. 2011. Vol. 45. Pp. 2938. DOI:10.1021/es103340u.
12. *Comeron A., Munoz-Porcar C., Rocadenbosch F., Rodriguez-Gomez A., Sicard M.* Current research in Lidar technology used for the remote sensing of atmospheric aerosols// Sensors. 2017. Vol. 17. Iss. 6. Pp. 1450. DOI:10.3390/s17061450.
13. *Yakovlev S., Sadovnikov S., Karchenko O., Kravtsova N.* Remote sensing atmospheric methane with IR OPO lidar system// Atmosphere. 2020. Vol. 11. Iss. 1. DOI:10.3390/atmos11010070.
14. *Toledani C., Gonzalez R., Fuertes D., Emilio Cuevas., Eck T. F., Stelios Kazadsiz., Kourementi N., Grobner J., Goloub P., Blarel L., Roman R., Barreto A., Berjon A., Holben B. N., Cachorro V. E.* Assessment of sun photometer Langley calibration at the high – elevation sites Mauna Loa and Izana// Atmos. Chem. Phys. 2018. Vol. 18. Pp. 14555-14567.

15. *Cerqueira Jr. J. G., Fernandez J. H., Hoelzemann J. J., Leme N. M. P., Sousa C. T.* Langley method applied in study of aerosol optical depth in the Brazilian semiarid region using 500? 670 and 870 nm bands for sun photometer calibration// *Advances in Space Research*. 2014. Vol. 54. Pp. 1530-1543.
16. *Chang J. H. W., Maizan N. H. N., Chee F. P., Dayou J.* Langley calibration of sun photometer using Perez's clearness index at tropical climate// *Aerosol and Air Quality Research*. 2018. Vol. 18. Pp. 1103-1117. DOI:10.4209/aaqr.2016.10.0455.
17. *Chen S., Li Y., Cao F., Zhang Y.* Calibration of automatic sun photometer with temperature correction in field environment// *Remote. Sens.* 2022. Vol. 14. Pp. 66. <https://doi.org/10.3390/rs14010066>.
18. *Asadov H.H., Chobanzadeh I.G.* New method for calibration of sun photometers // *Chinese Optics Letters*. Vol. 7, 2009. Issue 9, pp. 760-763.
19. *Гусейнова Р.О.* Двухволновый метод калибровки солнечных фотометров повышенной точности // *Изв. Вузов. Приборостроение*. 2015. Т. 58, № 5. Стр. 393-396

## QUALITATIVE ANALYSIS OF EXISTING METHODS OF CALIBRATION OF SOLAR PHOTOMETERS

Asadov H.H., Chobanzadeh I.G.

The article is devoted to a qualitatively new approach to determining the calibration order of solar photometers. It is noted that the existing modifications of the Langley method for calibration of solar photometers, including an analytical version of this method, allow for a quantitative assessment of the accuracy of the calibration. At the same time, there is no qualitative approach to solving the problem of ensuring high reliability of calibration. The essence of the proposed qualitative approach is to determine such dynamics of the interrelated change of optical air mass and optical depth of aerosol, at which the calibration reliability would reach the highest value. A criterion for ensuring high reliability of the calibration is proposed, on the basis of which the Lagrange variational problem is formulated taking into account the accepted restrictive condition.

The solution of the optimization problem showed that the highest reliability of the calibration result is achieved with the in-phase dynamics of changes of said parameters.

**KEYWORDS:** SOLAR PHOTOMETER, CALIBRATION, RELIABILITY, CRITERION, OPTIMIZATION