



ЭНДОГЕННАЯ И СЕЙСМОГЕННАЯ СТАТИСТИКА ОБЛАСТИ F_2 СРЕДНЕШИРОТНОЙ ИОНОСФЕРЫ

Ю.К. Калинин, В.В. Алпатов, А.Ю. Репин, А.В. Щелкалин

Приводятся схемы построения статистических моделей параметров эндогенной и сейсмогенной случайной изменчивости области F_2 среднеширотной ионосферы. При этом развиваются схемы калибровки функций плотности вероятности выборочными значениями, определёнными на ограниченных множествах экспериментальных данных. Так для распределений вариаций критической частоты области F_2 среднеширотной ионосферы в качестве параметров выбираются выборочные статистические инварианты – среднее, дисперсия асимметрия и эксцесс. Рассматриваются также схемы калибровки распределений выборочными значениями различных квантилей – медиан, децилей, сантилей.

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА: ИОНОСФЕРА, ОБЛАСТЬ F_2 , ВАРИАЦИЯ КРИТИЧЕСКОЙ ЧАСТОТЫ, ФУНКЦИЯ ПЛОТНОСТИ ВЕРОЯТНОСТИ, ХАРАКТЕРИСТИЧЕСКИЕ ФУНКЦИИ, СТАТИСТИЧЕСКИЕ ИНВАРИАНТЫ, КВАНТИЛИ.

ВВЕДЕНИЕ

Случайные изменения локальных и региональных свойств области F_2 обычно связаны с воздействием внешних либо внутренних факторов. К числу внешних факторов относят сезонно-суточные и гелиоциклические вариации. К числу эндогенных факторов – разного рода неустойчивости ионосферной плазмы, приводящие к образованию сгущений и разрежений электронной концентрации, именуемых случайными неоднородностями. Их размеры могут не превышать поперечные размеры области, существенной для распространения, в частности, радиоволн декаметрового диапазона для радиотрасс, не превышающих длину 10^4 км. Вместе с тем, в области F_2 ионосферы могут возникать сейсмогенные и антропогенные неоднородности, размеры которых превышают величину 10^3 . Некоторые свойства таких объектов будут рассмотрены ниже, хотя основное внимание будет уделено именно случайным неоднородностям в области F_2 среднеширотной ионосферы.

1. МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ В СТАТИСТИЧЕСКОМ МОДЕЛИРОВАНИИ ПАРАМЕТРОВ СРЕДНЕШИРОТНОЙ ОБЛАСТИ F_2

1.1. ФУНКЦИИ ПЛОТНОСТИ ВЕРОЯТНОСТИ И ХАРАКТЕРИСТИЧЕСКИЕ ФУНКЦИИ

В дальнейшем предполагается, что конечным продуктом статистического моделирования свойств среднеширотной области F_2 , отображаемых случайной величиной x , является синтезируемая

Калинин Юрий Кириллович, д.ф.-м.н., гл.н.с. ФГБУ «Институт прикладной геофизики им. академика Е.К.Фёдорова»,
e-mail: kalinplat@yandex.ru

Алпатов Виктор Владимирович к.ф.-м.н., зав. отделом ФГБУ «Институт прикладной геофизики им. академика Е.К.Фёдорова»,
e-mail: alpatov@ipg.geospace.ru

Репин Андрей Юрьевич, д.ф.-м.н., директор ФГБУ «Институт прикладной геофизики им. академика Е.К.Фёдорова»,
e-mail: repin_a_yu@mail.ru

Щелкалин Алексей Викторович, зав. отделом аспирантуры ФГБУ «Институт прикладной геофизики им. академика Е.К.Фёдорова»,
email: aspirant.ipg@gmail.com

функция плотности вероятности $w(x, \vec{q})$. При этом понятие отображения означает, что эта функция зависит от нескольких параметров, условно обозначенных вектор-строчкой $\vec{q}$. Предполагается, что величина x непрерывна, как и сама функция $w(x, \vec{q})$ в некоторой области существования. Множество $\{x\}$ можно принять множеством континуум. Оно имеет вероятностный смысл набора уровней, возле которых группируется случайная величина x_i . Функция плотности вероятности является мерой этой группировки. В то же время множество экспериментальных данных $\{x_i\}$ обычно дискретно $i = 1, 2, 3 \dots i_{max}$. Но при этом $\{x_i\} \in \{x\}$. То есть при выборе модели для множества экспериментальных данных целесообразно, чтобы это множество находилось внутри области существования функции $w(x, \vec{q})$. Теперь следует принять важную гипотезу о существовании операторов калибровки моделей $\vec{M}$ и $\vec{K}$. Предполагается, что с помощью этих операторов образуется вектор параметров $\vec{q}$ из множества экспериментальных данных $\{x_i\}$. Ниже будут рассматриваться два варианта такого образования. Один, обозначаемый $\vec{M}$, – с использованием процедур усреднения функционально преобразованного множества $\{x_i\}$. Другой, обозначаемый $\vec{K}$, – с использованием процедур нахождения квантилей множества $\{x_i\}$.

Остановимся подробнее на первом случае. С помощью символа $\vec{M}$ –процедура определения вектора параметров $\vec{q}$ запишется в виде:

$$\vec{q} = \vec{M}\{x_i\} \quad (1)$$

Наиболее распространённый пример фактического применения соотношения (1) является ситуация, когда в качестве компонент $\vec{q}$ используются два первых выборочных статистических инварианта множества $\{x_i\}$ – среднее $\bar{x}$ и дисперсия $\sigma^2 = \bar{z} - (\bar{x})^2$, где $z = x^2$. Известно, что при этом функция плотности вероятности представляет собой распределение Гаусса, или распределение нормального процесса $w_N(x)$:

$$w_N(x) = (2\pi\sigma^2)^{-1/2} \exp[-(x - \bar{x})^2 / 2\sigma^2] \quad (2)$$

На рис. 1 приведен вид графика функции $w_N(x)$.

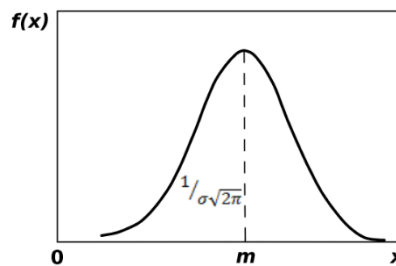


Рис. 1. Вид графика функции $w_N(x) = f(x)$, $m = \bar{x}$.

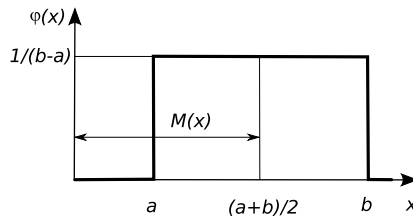
Можно привести другой пример двухпараметрического распределения. Так пусть справедливо неравенство для x_i :

$$a < x_i < b \quad (3)$$

и в пределах указанных границ все значения x_i равновероятны. Такое распределение называется равномерным. Оно выражается соотношением $w(x, a, b) = f(x)$:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{b-a} & \text{п.р. и } x \in [a; b] \\ 0 & \text{п.р. и } x \notin [a; b] \end{cases} \quad (4)$$

График этой функции представлен на рис. 2.

Рис. 2. Вид графика функции $w(x, a, b) = \varphi(x)$

Относительно данных примеров сразу следует сделать несколько замечаний. Во-первых, приведенные функции общеизвестны. Их свойства достаточно подробно описаны во многих первоисточниках, к одному из которых мы отсылаем читателя [Худсон, 1970]. Во-вторых, эти примеры, как и многие другие математические конструкции, используемые в качестве моделей, в некотором смысле являются идеалами, которым реальные множества, неизбежно дискретные и конечного объема могут соответствовать лишь приблизительно. Поэтому для прикладных целей было бы целесообразно вступить на путь определения допустимой «приблизительности». И в качестве первого шага по возможности расширить круг используемых математических образов. Это можно сделать на основании нескольких известных приёмов. Первый из них – правило вычисления среднего. Одним из способов обозначения среднего значения функции $F(x)$ – над её обозначением проводится черта. То есть:

$$\overline{F(x)} = \int F(y)w(y) dy \quad (5)$$

где интегрирование производится по области существования подынтегрального выражения. Следуя [Nakagami, 1960], обратимся к тождеству:

$$w(x) = \int \delta(x - y)w(y) dy \quad (6)$$

где $\delta(x - y)$ – функция Дирака, равная нулю при любых значениях аргумента, кроме нуля, где она принимает бесконечное значение. Для дальнейшего существенно её свойство – «разрушителя» интеграла именно в точке, где её аргумент равен нулю.

Согласно формуле (5) соотношение (6) можно представить, как среднее по y от δ – функции:

$$w(x) = \overline{\delta(x - y)} \quad (7)$$

Воспользуемся теперь соотношением:

$$\delta(x - y) = \frac{1}{2\pi} \int \exp[i\lambda(x - y)] d\lambda \quad (8)$$

Подстановка этого выражения формулу (6) приведёт к соотношениям:

$$w(x) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \exp(i\lambda x) \chi(\lambda) d\lambda \quad (9)$$

$$\chi(\lambda) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \exp(-i\lambda x) w(x) dx \quad (10)$$

Из формул (9), (10) можно заключить, что функция плотности вероятности $w(x)$ сопряжена по Фурье с функцией $\chi(\lambda)$, которая носит название характеристической функции. Сама характеристическая функция, как это следует из (5) и (10), является средним значением экспоненциальной функции $\exp(-i\lambda x)$. Её можно также записать с помощью символов:

$$\chi(\lambda) = \overline{\exp(-i\lambda x)} \quad (11)$$

где черта означает усреднение по x .

В частном случае симметричных случайных процессов характеристическая функция нормального закона (2) равна:

$$\chi_N(\lambda) = \exp(-\lambda^2 \sigma^2 / 2) \quad (12)$$

Для равномерного закона (4) характеристическая функция имеет вид:

$$\chi_N(\lambda) = \frac{\sin \lambda c}{\lambda c}, \quad (13)$$

где $c = (a + b)/2$.

Следует остановиться на некоторых свойствах характеристических функций. Простейшие из них: $\chi(0) = 1$; $|\chi(\lambda)| \leq 1$ и т.д. Для дальнейшего существенно сравнение $\chi(\lambda)$ произвольного процесса с $\chi_N(\lambda)$. Отметим, что такое сравнение можно было бы провести и в терминах функций плотности вероятности. Например, с помощью усечённого ряда Эджворта [Абрамовиц и др., 1979].

Ряд для почти нормального распределения $w(x)$ состоит из поправок к нормальному закону $w_N(x)$:

$$w(x) = w_N(x) \cdot \{C + Q_3(x) \cdot A + Q_4(x) \cdot E\}. \quad (14)$$

Здесь $Q_3(x)$ и $Q_4(x)$ – специальным образом выбранные полиномы, C – константа, выбор которой обеспечивает обращение интеграла от $w(x)$ в единицу. В выражении (14) аргумент x – случайная величина ξ , центрированная средним значением $\bar{\xi}$ и нормированная среднеквадратичным отклонением σ , равным корню квадратному из дисперсии $-D^{1/2}$.

В выражении (14) величины – среднее, дисперсия D , асимметрия A и эксцесс E представляют собой так называемые статистические инварианты, от первого до четвёртого. Они пропорциональны соответствующего номера производной от функции $\ln \chi(\lambda)$ и выражаются через элементарные нелинейные функции от средних значений степени ξ^m , $m = 1, 2, 3, 4$ [Абрамовиц и др., 1979; Худсон, 1970].

Основной приём статистического моделирования – синтеза функций плотности вероятности с помощью статистических инвариантов состоит в использовании в качестве введённого выше вектора параметров $\vec{q}$ функции $w(x, \vec{q})$ первых четырёх статистических инвариантов. Причём для них могут быть взяты именно выборочные значения. Принимается правило: если для модулей A и E выборочные значения не превышают уровни $(6/n)^{1/2}$ и $(24/n)^{1/2}$ соответственно, где n – количество элементов в выборке, то эти значения объявляются незначимыми. Для инвариантов A и E принимаются значения равные нулю, что является обоснованием применимости нормального закона в качестве модели процесса x . Вектор параметров при этом содержит только две компоненты – выборочные среднее и дисперсию. В противном случае, значимости величин A и E , необходимо переходить к четырёхинвариантной модели $w(x, \vec{q})$. Выражение (14) можно рассматривать как один из примеров четырёхинвариантной модели. Однако применимость такой конструкции, скорее всего, ограничена условиями:

$$|A| \ll 1, |E| \ll 1 \quad (15)$$

Выполнение таких условий при одновременном требовании значимости A и E соответствует редкому случаю больших выборок, когда $n \gg 24$. Было бы желательно синтезировать модель $w(x, A, E)$, свободную от ограничений (15). Такой синтез следует рассматривать отдельно для различных знаков эксцесса E .

1.2. СИНТЕЗ СТАТИСТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ НА ОСНОВЕ ПРЕДСТАВЛЕНИЙ О ПЕРВОМ ЗАМЕЧАТЕЛЬНОМ ПРЕДЕЛЕ

1.2.1. МОДЕЛЬ СИММЕТРИЧНОГО СЛУЧАЙНОГО ПРОЦЕССА С ПОЛОЖИТЕЛЬНЫМ ЭКСЦЕССОМ

Первый замечательный предел выражается соотношением [Бронштейн и др., 1980]:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{a}{n}\right)^n = e^{-a}.$$

Это соотношение позволяет воспользоваться формулой (12) и свойствами первого замечательного предела для представления характеристической функции в виде:

$$\chi(\lambda) = (1 + P\sigma^2\lambda^2)^{-Q} \quad (16)$$

Теперь учтём, что четвёртая производная $\chi''''(\lambda = 0)$, представляет собой среднее от четвёртой степени x^4 , а вторая производная $\chi''(\lambda = 0)$ среднее от x^2 , взятое со знаком минус. Проводя соответствующие дифференцирования можно в выражении (16) параметры P и Q выразить через эксцесс E . А именно: $P = E/6$, $Q = -3/E$. Отсюда:

$$\chi(\lambda, E) = (1 + E\lambda^2\sigma^2/6)^{-3/E} \quad (17)$$

Предельный переход $E \rightarrow 0$ в силу свойств первого замечательного предела означает, что $\chi(\lambda, E \rightarrow 0) \rightarrow \exp^{\lambda^2\sigma^2/2}$. Интеграл Фурье от функции (17) выражается через функцию Бесселя третьего рода от мнимого аргумента с индексом $\nu = -1/2 + 3/E$ [Абрамовиц и др., 1979]. Следует иметь в виду ограничения значений E , при которых существует интеграл Фурье от биномиальной характеристической функции. Ограничение характеризуются неравенствами:

$$0 < E \leq 6. \quad (18)$$

Левое неравенство включает в себя переход к нормальному распределению. Правое неравенство включает в себя случай $E = 6$.

При этом:

$$w(x, E = 6) = \sigma^{-1}K_0(|x|/\sigma) \quad (19)$$

Такое распределение в виде функции Макдональда [Абрамовиц и др., 1979] является предельным для данной симметричной модели.

1.2.2. МОДЕЛЬ СИММЕТРИЧНОГО СЛУЧАЙНОГО ПРОЦЕССА С ОТРИЦАТЕЛЬНЫМ ЭКСЦЕССОМ

До недавнего времени не были построены модели для области отрицательных значений эксцесса:

$$-2 \leq E < 0. \quad (20)$$

Для этой области математическое моделирование функций плотности вероятности относительных вариаций критической частоты области $F2$ ионосферы следует осуществлять на основании ряда исходных представлений [Калинин, 2012]. Это, прежде всего, положение о том, что функции $w(x)$ являются положительными. Они могут быть определены и на конечном интервале $[x_{min}, x_{max}]$. Далее согласно представлениям о случайном процессе, как о случайном блуждании частицы [Ватсон, 1949], возможны, по крайней мере, два принципиально различных предельных случая. В первом из них существует один «центр притяжения» блуждающей частицы, когда

предельным законом распределения в одномерном случае является нормальный закон. Во втором случае таких «центров притяжения» два. Например, положение частицы с равной вероятностью $p = 1/2$ альтернативно соответствует одному из двух центров. Без нарушения общности можно принять, что их положение на оси абсцисс определяется уровнями $-a$ и $+a$. Тогда в этом предельном случае $w(x)$ может быть выражено через δ – функцию в следующем виде:

$$w_l(x) = \frac{1}{2}[\delta(x+a) + \delta(x-a)] \quad (21)$$

Характеристическая функция этого распределения очевидна:

$$\chi_1(\lambda, E = -2) = \cos(\lambda a). \quad (22)$$

Если же величина вероятности «заселения» уровней равна p и $1-p$, то функция $w(x, p)$ принимает вид:

$$w_l(x) = p\delta(x+a) + (1-p)\delta(x-a) \quad (23)$$

Именно для такого процесса справедливо соотношение в терминах A, E :

$$E_l = -2 + A^2, \quad (24)$$

определяющее нижнюю границу для любых пар (A, E) .

В более общем случае функцией $w(x)$, определенной на интервале $(-a, a)$, является степенная функция бинома $1 - x^2$. Без потери общности можно положить, что $a = 1$. Нетрудно получить из условия нормировки (равенства единице интеграла от функции $w(x)$) соотношение:

$$w(x, \nu) = \frac{\Gamma(\nu + \frac{3}{2})}{\Gamma(\frac{1}{2})\Gamma(\nu+1)} (1-x^2)^\nu, |x| < 1, -1 < \nu, \quad (25)$$

где $\Gamma(\)$ – гамма-функция [Абрамовиц и др., 1979].

Ограничение на величину ν связано с условием интегрируемости функции $w(x, \nu)$ на интервале ее действительных и положительных значений.

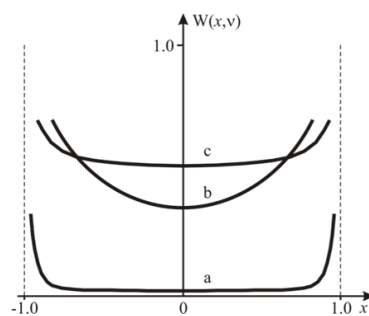
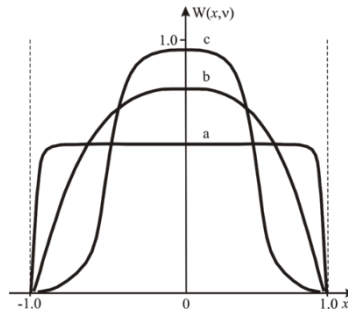


Рис. 3. Схематические графики биномиальной функции $w(x, \nu)$ при $-1 < \nu < 0$

На рис. 3 схематически представлены графики функции (25) для случаев $-1 < \nu < 0$. Кривая a иллюстрирует случай стремления ν к значению -1 , когда распределение (25) переходит в двухуровневое распределение (23). Кривая b соответствует $\nu = -1/2$. Это так называемое распределение синусов [Худсон, 1970]. Кривая c соответствует случаю малого отличия величины ν от нуля. Распределение стремится к равномерному, сохраняя интегрируемые особенности вблизи границ интервала существования (25).

Рис. 4. Схематические графики биномиальной функции $w(x, \nu)$ при $\nu > 0$

На рис. 4 представлены схематические графики распределения (25) для положительных ν . Здесь кривая a соответствует случаю малой положительной величины ν , когда распределение близко к прямоугольному. Кривые b и c соответствуют распределениям в виде парабол второй степени $\nu = 1$ и четвертой степени $\nu = 2$.

Представляет интерес характеристическая функция $\chi(\lambda, \nu)$ распределения (25), равная интегралу Фурье от $w(x, \nu)$. Согласно [Абрамовиц и др., 1979] характеристическая функция $\chi(\lambda, \nu)$ выражается через функцию Бесселя первого рода J_κ с индексом $\kappa = \nu + \frac{1}{2}$:

$$w(\lambda, \nu) = \Gamma\left(\nu + \frac{3}{2}\right) \left(\frac{1}{2}\right)^{\nu + \frac{1}{2}} J_{\nu + \frac{1}{2}}(\lambda) \quad (26)$$

Из этой формулы следует, что эксцесс распределения (25) равен:

$$E = -\frac{3}{\nu + \frac{5}{2}} \quad (27)$$

Формула (27) охватывает все частные случаи $w(x, E)$ для отрезка $[-2, 0)$ оси E на отрицательной полуплоскости. Так, частным случаям $\nu = -1, -1/2, 0$ соответствуют значения эксцессов $E = -2, -3/2, -6/5$ и распределения – двухуровневое, синуса, равномерное. Следует отметить, что возможно добавление к структуре ограниченной интервалом $\pm a$ величины x небольшого слагаемого, свободного от такого ограничения. Это приводит к конечным значениям $w(x)$ на краях интервала $\pm a$ [Калинин, 2012].

1.3. ЭКСЦЕССИВНО-АСИММЕТРИЧНАЯ МОДЕЛЬ СЛУЧАЙНОГО ПРОЦЕССА

На основе формулы (17) в работах [Калинин и др., 2006; Дзвонковская и др., 2006] была разработана одна из версий эксцессивно-асимметричной модели $w(x, A, E)$. Для этого был предложен метод разрыва масштабов с целью получения хотя бы одного примера аналитического представления функции $w(x, A, E)$. Метод разрывных масштабов (его также можно назвать методом неголоморфных, то есть неразложимых в ряд Тейлора функций) заключается в представлении асимметричной функции $w_A(x, A, E)$ в виде:

$$w_A(x) = C \begin{cases} w_S(x/a) & x < 0 \\ w_S(x/b) & x > 0 \end{cases} \quad (28)$$

Здесь w_S – симметричная функция, a и b – масштабы на разных полуосях, а C – нормировочный коэффициент. Из формулы (28) нетрудно получить простое соотношение для начального момента m – го порядка:

$$\overline{x^m} = \frac{2}{a+b} [a^{m+1} + (-1)^m b^{m+1}] \mathfrak{A}_m, \quad (29)$$

где $\mathfrak{A}_m$ – удвоенный начальный момент на полуоси $x > 0$.

$$\mathfrak{a}_m = 2 \int_0^\infty x^m w_s(x) dx \quad (30)$$

Для случая, когда $w(x)$ выражается через функции Бесселя третьего рода, интеграл (30) является табличным [Абрамовиц и др., 1979]. Теперь необходимо воспользоваться общим утверждением. **Если закон распределения отличается от распределения Гаусса, между инвариантами A и E должна существовать связь.** Для её установления формулы (29) и (30) были использованы в трёх случаях различных значений эксцесса E_s симметричного распределения, а именно -2, 3, 6. Для несимметричных распределений в случаях, когда соответствующие им симметричные распределения имеют характеристическую функцию (17), были установлены связи между A и E в виде парабол:

$$E = E_s + g(E_s) \cdot A^2. \quad (31)$$

Для первого значения $E_s = -2$ известен точный результат в виде коэффициента $g(-2) = 1$. Для второго и третьего значения E_s с помощью формул (29) и (30) были получены начальные моменты, как алгебраические функции масштабов a и b , входящих в формулы (29) и (30). С их помощью были образованы центрированные моменты, а затем и функции асимметрии $A(a, b)$ и эксцесса $E(a, b)$. Это уже были в неявном виде функции связи между инвариантами. После довольно громоздких преобразований эти связи удалось привести к виду (31). При этом $g(3) \approx 2/3$. Соотношения (31) будут неоднократно использованы ниже для сопоставления модели и эксперимента.

1.4. ДВУМЕРНОЕ СТАТИСТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

Приведём только некоторые соотношения, относящиеся к данному случаю. Так пусть x и y – наборы уровней, возле которых группируются случайные выборки $\{x_i\}$ и $\{y_j\}$. Тогда речь может идти о двумерной функции плотности вероятности $w(x, y)$. Двукратный интеграл Фурье от этой функции образует двумерную характеристическую функцию:

$$\chi_2(\lambda, \xi) = \overline{\exp(i\lambda x + i\xi y)} \quad (32)$$

где черта означает усреднение по x и по y . Для случая нормального распределения центрированных величин с одинаковой дисперсией σ^2 двумерная характеристическая функция имеет вид:

$$\chi_n(\lambda, \xi, r) = \exp \left[-\frac{1}{2} \sigma^2 (\lambda^2 + \xi^2 - 2r\lambda\xi) \right] \quad (33)$$

где $r = \overline{xy} / \sigma^2$ – коэффициент корреляции между процессами x и y , равный среднему произведению процессов x и y , нормированному дисперсией.

В случае нормального распределения процессов x и y (**и только в этом случае!**) величина r служит мерой связи между ними. Так при $r = 0$ процессы независимы. Из формулы (33) следует, что:

$$\chi_N(\lambda, \xi, r = 0) = x(\lambda)x(\xi)$$

Соответственно при этом $w(x, y) = w(x)w(y)$.

1.5. ПРИМЕРЫ МНОГОПАРАМЕТРИЧЕСКОЙ СКАЛЯРИЗАЦИИ МНОЖЕСТВ $\{\delta f_0 F_2\}$

Одна из возможностей скаляризации множества случайных величин, число элементов которого n велико, например, $n \gg 10$, состоит в том, что процедуру можно сделать многопараметрической. Применительно к $\{\delta f_0 F_2\}$ это означает, что данные надо собирать за несколько суток. И тогда возможно построение гистограммы [Худсон, 1970]. В частности, ниже будут рассмотрены ситуации,

когда за начало отсчёта выбрано M – средняя величина $\delta f_0 F2$. Далее, поскольку величина среднеквадратичного отклонения для трёх выборок заключена в пределах 10 - 15 %, был выбран «шаг» по оси абсцисс, равный 10 %. Далее было сосчитано, какое количество случаев попало в тот или иной шаг. В связи с этим были построены прямоугольники (на рис. 5 - 7 – заштрихованные фигуры), высота которых в соответствие со шкалой ординат равна числу случаев, попавших в тот или иной шаг. На рис. 5 представлены результаты обработки данных, полученных на АИС Колледж в ночное время августа 1999 г.

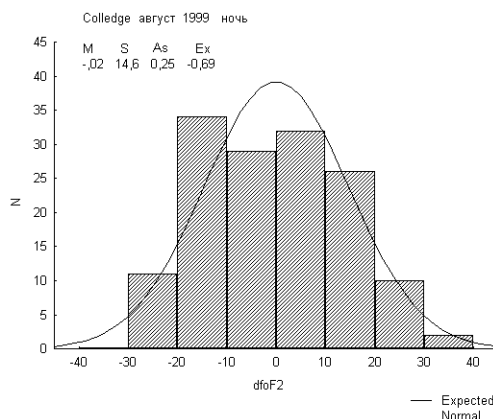


Рис. 5. Гистограмма $\{\delta f_0 F2\}$, построенная по данным АИС Колледж в летнее ночное время 1999 г.

В верхней части рис. 5 приведены значения среднего M , среднеквадратичного отклонения S , асимметрии A и эксцесса E (на рисунке сохранены обозначения As и Ex автора расчётов Н.П. Сергеевко). Кривая линия на рис. 5 – распределение нормального закона. Значения инвариантов A и E находятся в соответствии с отклонениями гистограммы от нормального закона. Положительная асимметрия A , скорее всего возникла из-за двух случаев, попавших в интервал 30 - 40 %. Довольно значительный по величине и отрицательный по знаку эксцесс соответствует уменьшенным значениям гистограммы в интервале ± 10 %. Кроме того, «тело» гистограммы в интервале ± 20 % можно охарактеризовать, как «тяготеющее к прямоугольности».

На рис. 6 представлена гистограмма, построенная по данным АИС Слоу, днём, в сентябре 1995 г. Данная гистограмма интересна сочетанием малого значения эксцесса и значительной по величине отрицательной асимметрии. Это нетипичная ситуация, и довольно непросто синтезировать подобную ситуацию в виде импульсной структуры.

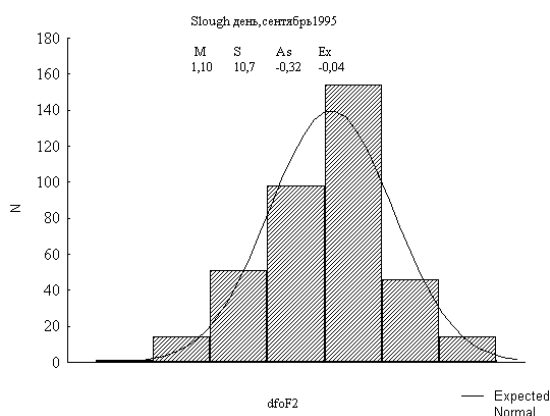


Рис. 6. Гистограмма $\{\delta f_0 F2\}$, построенная по данным АИС Слоу в сентябре в дневное время 1995 г.

На рис. 7 представлен случай, выражающийся формулой (15), когда модули третьего и четвёртого инвариантов малы. Величина эксцесса вообще незначима, а величина асимметрии – на пороге значимости. Есть все основания считать данное распределение соответствующим нормальному закону.

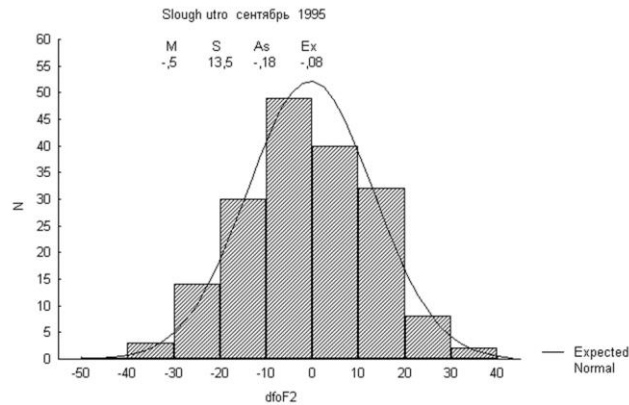


Рис. 7. Гистограмма $\{\delta f_0 F_2\}$, построенная по данным АИС Слоу в сентябре в утреннее время 1995 г.

1.6. ИЗМЕНЧИВОСТЬ ВЫБОРОЧНЫХ СТАТИСТИЧЕСКИХ ИНВАРИАНТОВ КРИТИЧЕСКОЙ ЧАСТОТЫ СРЕДНЕШИРОТНОЙ ИОНОСФЕРЫ ПО ДАННЫМ СРЕДНЕШИРОТНЫХ АИС

1.6.1. ВВОДНЫЕ ЗАМЕЧАНИЯ

Ниже принята конкретная схема использования в качестве исходных данных суточных массивов $\{f_0 F_2\}$, полученных на среднеширотных АИС, расположенных в разных регионах. Используются различные временные интервалы сбора данных, от нескольких дней до нескольких циклов солнечной активности.

С целью минимизации воздействия экзогенных факторов изменчивости ионосферы рассчитывается относительная изменчивость вариации $\delta f_0 F_2$. Предполагается, что тем самым осуществляется стационаризация выборок. Наряду с этим, предполагается, что в большинстве случаев абсолютная вариация $\Delta f_0 F_2$ пропорциональна самой величине $f_0 F_2$. За редким исключением объёмы выборок равны 24 – числу часов в сутках соответственно числу измерений $f_0 F_2$ на каждой АИС, входящих в мировую сеть.

Малый объём выборок исключает скаляризацию множеств в виде гистограмм, о чём было сказано выше. Скаляризация осуществляется путём вычисления первых четырёх статистических выборочных инвариантов. Свойства их множеств – предмет сопоставления математических моделей ионосферной статистики с данными экспериментов. При этом предполагается адекватной реальности модель в виде суперпозиции фоновой компоненты и абсолютной вариации $f_0 = (f_0)_{\text{фон}} + \Delta f_0$.

Величина относительной вариации δf_0 предполагается малой и выражается соотношением:

$$\delta f_0 = [f_0 - (f_0)_{\text{фон}}] / (f_0)_{\text{фон}}. \quad (34)$$

В математической статистике обычно используется стандартная схема центронормирования выборок. Из каждой величины вычитают среднее значение, а полученные разности делят на среднеквадратичное отклонение, равное квадратному корню из дисперсии. То есть для центронормирования процесса используют первые два выборочных статистических инварианта.

В ионосферной статистике поступают по-разному. В частности, применяют схему (34). Так в работе [Гайворонская и др. 1971] использовалось представление о выборе в качестве $(f_0)_{\text{фон}}$ так называемой скользящей месячной медианы. Для каждой АИС и для каждого месяца обычно формируется отчёт в виде матрицы. В ней каждым элементом является величина f_0 , измеренная в данный день месяца – одна из 28 - 31 строк матрицы, и в данный час суток – один из 24 столбцов матрицы.

Как отмечалось, все АИС, входящие в мировую сеть, проводят измерения один раз в час. Таким образом, для каждой АИС и для каждого часа того или иного месяца образуется массив $\{f_0\}$ из 28 - 31 измерения за различные дни. Из этого массива выбирают медианное значение $(f_0)_{\text{med}}$.

В разные часы это могут быть значения, относящиеся к различным числам. Но зависимость $(f_0)_{\text{med}}$ от времени суток принимается в качестве $(f_0)_{\text{фон}}$ в выражении (34). Предполагается, что именно

так синтезируется «сглаженный портрет» фонового состояния среднеширотной ионосферной области $F2$. Собственно статистическая обработка в виде вычисления четырёх инвариантов происходит с множеством относительных вариаций $\{\delta f_0 F2\}$.

1.6.2. СОПОСТАВЛЕНИЕ СВОЙСТВ СТАТИСТИЧЕСКИХ ИНВАРИАНТОВ МОДЕЛЕЙ С ДАННЫМИ СУТОЧНЫХ ВЫБОРОК ОТНОСИТЕЛЬНЫХ ВАРИАЦИЙ КРИТИЧЕСКОЙ ЧАСТОТЫ СРЕДНЕШИРОТНОЙ ОБЛАСТИ $F2$ ИОНОСФЕРЫ

Результаты ранних исследований. В работах [Гайворонская и др. 1971; Всехсвятская и др., 1973; Калинин и др., 1998] приведены результаты обширных расчётов статистических инвариантов A и E суточных выборок относительных вариаций критической частоты среднеширотной области $F2$ ионосферы. На рис. 8 приведен один из результатов работы [Калинин и др., 1998] в виде «облака» точек на плоскости (A, E) . Существенно, что эти данные получены для различных месяцев в годы различных минимумов солнечной активности.

На рис. 8 приведена также парабола $E = -2 + A^2$. Все экспериментальные точки, как и полагается, лежат не ниже этой параболы. Но в этом результате не содержится никакой геофизической информации. И понятно почему. В то время отсутствовала геофизически мотивированная схема синтеза функции $w(x, A, E)$. Надо отметить, что одно время осуществлялся некий умозрительный синтез функции $w(x, A, E)$. Симметричная функция волевым образом умножалась на несимметричную экспоненциальную функцию $\exp(-ix)$, благодаря чему появлялась формальная асимметрия. То есть предполагалось, что $w(x, A, E) \sim w(x, 0, E) \cdot \exp(-ix)$.

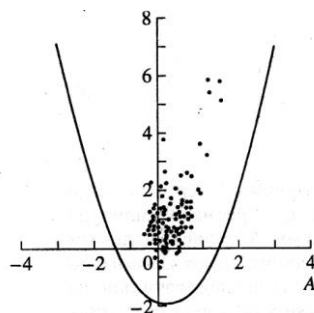


Рис. 8. Значения выборочных инвариантов A и E по данным АИС Слоу для различных месяцев в годы минимумов солнечной активности

В терминах характеристических функций было получено равенство $\chi(\lambda, x, E) = \chi(\lambda + ix, E) / \chi(ix, E)$, где характеристические функции в правой части неравенства выражаются соотношением (17). Связь между x и A была установлена только в схеме численных расчётов. Но даже таким искусственным образом удалось установить соотношение, связывающее E с симметричной частью E_s и слагаемым $0,7A^2$. Было показано что эта кривая проходит примерно через середину «облака» точек (A, E) , полученных в годы максимальной солнечной активности.

Результаты более поздних работ. «Недостающий шаг» в виде неголоморфной функции $w(x, A, E)$ (29) и парабол (31) был сделан в работах [Калинин и др., 2006; Дзвонковская и др. 2006]. В них были приведены результаты исследования данных, полученных на мировой сети АИС в конце прошлого века.

Обращает на себя внимание, что по данным, представленным на рис. 9, только одна точка из нескольких сотен вышла «за пределы» параболы $E = 6 + 0,5A^2$. Следует учесть, что сбор данных относится к различным гелиогеофизическим ситуациям функционирования АИС. Так что можно признать, что статистические модели, основанные на биномиальных характеристических функциях, находятся в соответствии с экспериментальными данными о случайной изменчивости критической частоты области $F2$ среднеширотной ионосферы.

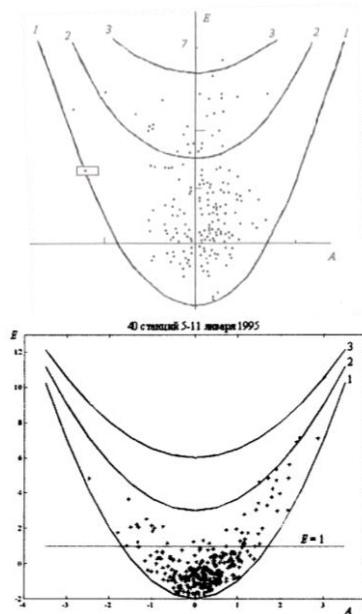


Рис. 9. Область допустимых значений A и E – пространство между параболой №1 $E = 6 + 0,5 A^2$ и №3 $E = -2 + A^2$. Сверху – по данным за 1957 и 1964 г.; снизу – по данным за неделю января 1995 г.

2. ИССЛЕДОВАНИЕ ДОЛГОЖИВУЩИХ ИОНОСФЕРНЫХ НЕОДНОРОДНОСТЕЙ ОБЛАСТИ F2 ИОНОСФЕРЫ

2.1. СИНТЕЗ МОДЕЛИ СИММЕТРИЧНОГО ПРОЦЕССА С ПОЛОЖИТЕЛЬНЫМ ЭКСЦЕССОМ НА ОСНОВЕ ПРЕДСТАВЛЕНИЙ О СЛУЧАЙНОМ ИМПУЛЬСНОМ ПРОЦЕССЕ

Такое построение характеризуется условиями $A = 0$, $0 < E$. Следует вспомнить, что структура, согласно которой случайный процесс формируется случайной последовательностью импульсов **детерминированной формы G** , но со случайными параметрами, восходит к давней работе [Миддлтон, 1962]. Принималось, что заданный уровень s случайного процесса достигается за счёт суперпозиции m импульсов. При этом вероятность $w(m)$ появления именно этого числа на интервале времени длиной T может быть выражена при средней частоте следования импульсов ν с помощью распределения Пуассона [Абрамовиц и др., 1979]:

$$w(m) = \frac{(\nu T)^m}{m!} e^{-\nu T} \quad (35)$$

Характеристическая функция для отдельного импульса ξ представима в виде:

$$\chi_1(\lambda) = \overline{\exp(i\lambda \xi)} \quad (36)$$

где черта означает усреднение по случайным параметрам ξ . Для суперпозиции m независимых импульсов характеристическую функцию можно выразить соотношением $\chi_m(\lambda) = [\chi_1(\lambda)]^m$. Именно это свойство экспоненциальных функций побуждает вести рассмотрение в терминах характеристических функций.

В результате получается, что характеристическая функция суммарного процесса $\chi(\lambda)$, представляющего собой импульсный шум, представима в виде ряда:

$$\chi_1(\lambda) = \sum_{m=0}^{\infty} \frac{(\nu T)^m}{m!} [\chi_1(\lambda)]^m e^{-\nu T} \quad (37)$$

Сумма (37) является разложением экспоненциальной функции в ряд Тейлора. Отсюда:

$$\chi(\lambda) = \exp\left\{-\nu T \left(1 - \overline{\exp(i\lambda\xi)}\right)\right\} \quad (38)$$

Уже отмечалось, что усреднение производится по всем параметрам, входящим в выражение для единичного импульса ξ , фигурирующего в формуле (36). В частности:

$$\xi = a \cdot \exp(i\varphi) \cdot G(t - t_m) \quad (39)$$

То есть параметрами ξ являются: a – амплитуда отдельного импульса, фаза φ , t_m – момент достижения максимального значения, фаза φ . Предполагается, что $G(\alpha t)$ – универсальная функция формы импульсов, и множитель α обратно пропорционален длительности импульса. В работах [Furutsu a.o., 1970; Всехсвятская, 1973] содержались примеры использования разного рода функций плотности вероятности для перечисленных параметров. Это позволило вычислить в явном виде четырёхкратный интеграл, через который выражается величина $\overline{e^{i\lambda x}}$, входящая в формулу (36).

В результате была получена характеристическая функция $\chi(\lambda) = 2^\beta [1 + (1 + \alpha \cdot \lambda^2)^{1/2}]^{-\beta}$. Это выражение использовалось для статистического моделирования свойств атмосферных шумов и сигналов, вертикально отражённых от ионосферы. Однако оно неудобно тем, что функция $w(x)$, сопряжённая по Фурье с данной функцией $\chi(\lambda)$, не выражается в явном виде через табулированные функции. Вместе с тем отмечалось, что несколько иной выбор функций плотности вероятности для параметров импульса приводит к гораздо более простому виду $\chi(\lambda)$ [Всехсвятская, 1973; Калинин и др., 2006; Дзвонковская и др., 2006]. Так следует принять $w(\varphi) = 2^{-1}[\delta(\varphi) + \delta(\varphi - \pi)]$, что вытекает из предположения о симметрии процесса. Тогда экспоненциальная функция под знаком усреднения в формуле (38) заменится на функцию косинуса от аргумента $a\lambda \cdot G(t - t_m)$. Далее, следуя [Всехсвятская, 1973], предположим, что функция плотности вероятности амплитуды импульсов, величина a равна функции Бесселя третьего рода нулевого порядка (функция Макдональда):

$$w(a) = a_0^{-1} \cdot K(a/a_0) \quad (40)$$

где a_0 – среднеквадратичная амплитуда. Далее следует выполнить интегрирование по a . Воспользуемся соотношением для $\Phi(\kappa x) = K_0(\kappa x)$:

$$\int_0^\infty \Phi(\kappa x) \cdot \cos(ax) dx = \pi/2 (\kappa^2 + a^2)^{-1/2}.$$

Отсюда получается соотношение пропорциональности:

$$\ln \chi(\lambda) \sim \int [1 + a_0^2 \lambda^2 G^2(\tau)]^{-1/2} d\tau,$$

где интеграл берётся в пределах от нуля до ∞ . Если теперь для функции формы воспользоваться **функцией** $G = 1/cht$, то соотношение пропорциональности примет вид:

$$\ln \chi(\lambda) \sim \int cht [sh^2 \tau + (1 + a_0^2 \lambda^2)]^{-1/2} d\tau \quad (41)$$

Первообразная J интеграла (41) равна:

$$J = \ln\{sh\tau + [sh^2 \tau + (1 + a_0^2 \lambda^2)]\}$$

Пределы интегрирования $(0, T)$, и при стремлении $T \rightarrow \infty$ получаем, что $\chi(\lambda)$ имеет уже рассмотренную выше форму степени бинома (16), что приводит к форме (17):

$$\chi(\lambda) = (1 + E\lambda^2 \sigma^2/6)^{-3/E}$$

В проводимом здесь рассмотрении первым достаточным условием получением данной формы является выбор $w(a)$ в виде функции Макдональда. Экссесс этой функция, равный шести оказался максимальным возможным значением для симметричного процесса. Это нашло своё подтверждение при рассмотрении границ «облаков» точек на плоскости (A, E) . Вторым достаточным условием получения формы $\chi(\lambda)$ в виде степени бинома по схеме импульсного случайного процесса явилась принятая в данном разделе гипотеза о функции формы импульса в виде:

$$G_3(\tau) = \frac{1}{ch\tau} \quad (42)$$

Здесь субиндекс 3 фигурирует ниже для отличия от других форм, тогда как аргумент τ – величина, пропорциональная времени t .

Независимая проверка гипотезы (42). Гипотеза (42) подлежит независимому обоснованию. В работе [Калинин и др., 2002] был предложен метод определения универсальной функции унимодальной формы, аппроксимирующей реально наблюдаемые макромасштабные вариации $x(t)$. Метод предполагает определение полуширины локального возмущения на уровне - 3 дБ. Далее требуется сместиться от точки максимального значения на двойную величину полуширины и определить значение кривой, аппроксимирующей форму при этом смещении, с последующим соотношением этой величины к максимальному значению. Тем самым определится значение параметра формы q . Метод иллюстрируется графическими построениями на рис. 10 применительно к форме зависимости $\delta f_0(t)$, наблюдавшейся на АИС «Свердловск» вблизи полуночи 9 - 10 августа 1985 г.



Рис. 10. Схема определения параметра формы q

На рис. 10 точками даны дискретные значения $x(t_i)$, где i – условный номер часа. Величина максимального отклонения, длина отрезка, обозначенного буквой «а» на рис. 10, равна 35 %. Точка А на оси абсцисс соответствует локальному максимуму функции x , находящемуся на «высоте», обозначенной отрезком а (в кружочке). Через середину отрезка «а» проводится прямая в до пересечения со сплошной кривой, аппроксимирующей изменяющиеся значения $x(t_i)$. Вертикальные отрезки «с» определяют на оси абсцисс точки, отстоящие от точки А на расстоянии, обозначенном $S_{1/2}$. Эта величина имеет геометрический смысл полуширины кривой $x(t)$ на уровне 0,5. Отложив по оси абсцисс (в данном случае в сторону убывания) ещё один отрезок $S_{1/2}$, попадаем в точку D. Из неё восстанавливается перпендикуляр, отрезок которого до точки пересечения со сплошной кривой, отнесённый к длине отрезка «а», даёт величину q – параметра формы. Если определить гладкую унимодальную функцию формы $G(S)$ так, чтобы $G(0) = 1$ и $G(S_{1/2}) = 0,5$, то очевидно, что $q = G(2S_{1/2})$. Так модельная кривая в виде функции Коши $G_1(y) = (1 + y^2)^{-1}$ характеризуется значением параметра формы равным $q_1 = 0,2$. Другая модельная кривая, в виде функции Гаусса, $G_2(y) = \exp(-\ln 2 \cdot y^2)$ характеризуется значением параметра формы $q_2 \approx 0,06$.

На рис. 10 в окрестностях вертикали d проведены две пунктирные кривые, одна – выше, другая ниже сплошной эмпирической кривой, пересекающей вертикаль d на уровне примерно 0,15. Эти кривые соответствуют «хвостам» функций Коши и Гаусса. В работах [Калинин и др., 2002; Дзвонковская и др., 2008] была предложена умозрительная модель $G_3(y) = [ch(y \cdot \text{Arch} 2)]^{-1}$. Для этой модели параметр формы $q_3 \approx 0,143$. Там же было получено, что по результатам анализа 25 форм, зарегистрированных на мировое сети АИС летом 1985 г. среднее значение параметра формы равно $\bar{q} = 0,14 \pm 0,01$. Это позволяло из трёх названных моделей отдать предпочтение модели G_3 . Вместе с

тем подчёркивалось, что такая модель, как, например, $G_4(y) = \exp(-y^{3/2} \ln 2)$ характеризуется параметром формы $q_4 = 0,141$.

На рис. 11 приведены примеры вариаций $\delta f_0 F2$. В левой части рис. 11 приведен вертикальный отрезок, соответствующий изменению $\delta f_0 F2$ на 20 %. Вариации даны парами для различных АИС. Для отрицательных вариаций помещён знак минус (в кружочке). Вблизи «левых» и «правых» склонов $\delta f_0 F2$ помещены соответствующие им значения параметров формы q , совпадающие только для симметричных форм.

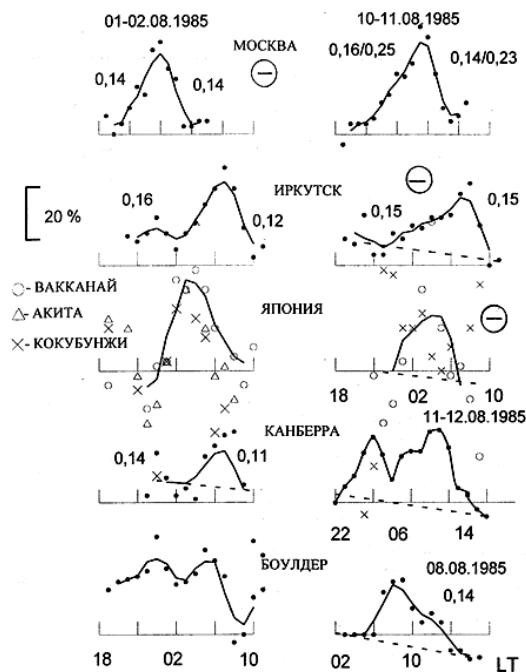


Рис. 11. Примеры вариаций $\delta f_0 F2$, полученных на различных АИС

К модельным функциям G можно предъявить требование простоты формы их дифференциального уравнения. А именно, чтобы G удовлетворяли соотношению вида:

$$G''(x) = F(G) \quad (43)$$

где функция F зависит только от G и напрямую не зависит от x .

Этому соотношению удовлетворяет небольшое число функций. Кроме того, оно дает возможность выразить обратную функцию $x(G)$ в явном виде, что удобно для приложений. Из числа рассмотренных более чем десяти примеров элементарных и высших трансцендентных функций $G(x)$ только функция (42) удовлетворяет соотношению (43). Для функции G_3 дифференциальное уравнение имеет вид:

$$G_3'' = G - 2G^3 \quad (44)$$

То есть в правой части уравнения (44) содержится кубическая нелинейность. Понижение порядка этого уравнения приводит его к виду:

$$(G_3')^2 = G_3^2(1 - G_3^2) \quad (45)$$

2.2. МОДЕЛИРОВАНИЕ M - ОБРАЗНЫХ ДВУХВЕРШИННЫХ ФОРМ $\delta f_0 F2$

Здесь будет проведено их рассмотрение на основании ряда гипотез. Первая из них заключается в предположении, что двухвершинные формы образуются в результате сближения одновершинных объектов, рассмотренных в предыдущем разделе. При построении математической модели сближающихся (расходящихся) объектов будем предполагать, что их взаимодействию подвержены

главным образом «стороны» обращённые друг к другу. Ограничимся частным случаем сближения объектов одинаковой амплитуды. В этом случае для области взаимодействия объектов следует обобщить уравнение (45), добавив множитель, обеспечивающий обращение производной в ноль в начале координат, где сама функция имеет минимум, равный G_0 . Соответствующее уравнение будет иметь вид:

$$(G')^2 = G^2(1 - G^2)(G^2 - G_0^2) \quad (46)$$

Это приводит к соотношению для x_M – координаты максимума:

$$x_M = \int_k^1 dG/G' \quad (47)$$

где $k = G_0$ и G' выражается с помощью соотношения (46).

Моделирование нелинейного взаимодействия сдвоенных, парных неоднородностей основывается ещё на нескольких предположениях. И первое из них состоит в том, что будут рассматриваться объекты одного знака и одинаковой амплитуды. В отсутствие нелинейных эффектов был бы справедлив принцип суперпозиции.

В соответствии с моделью g_3 , рассмотренной выше, для этого можно было бы выбрать модель $q(x)$:

$$G_{sup}(x) = [G_3(x - a) + G_3(x + a)]c(a) \quad (48)$$

где величина $2a$ – расстояние между максимумами отдельных слагаемых при их большом разное. Множитель $c(a)$ обеспечивает равенство $q(x) = 1$ в точке максимума. Предполагается также, что, как отмечено выше, взаимодействие между формами относится, главным образом, к сторонам форм, обращённых «друг к другу». И это взаимодействие может быть описано уравнением (46). Напомним, что G_0 – относительная высота минимума посередине между максимумами при условии, что высота максимумов принята равной единице. Интеграл (47) устанавливает связь между G_0 и x_M . Для принятия решения в альтернативе моделей (46) или (47), соответствующих нелинейной или линейной схеме поведения были рассмотрены образцы формы форм возмущений $\delta f_0 F_2$ с двумя и более максимумами, см. рис. 12.

Отрезками горизонтальных пунктирных линий показаны величины G_0 , рассчитанные по формуле (48).

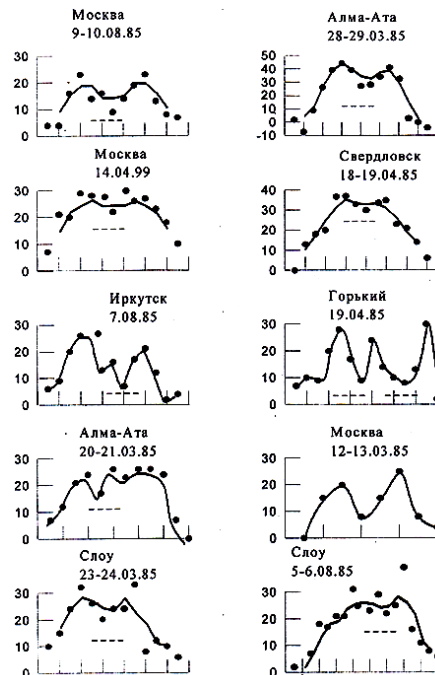


Рис. 12. Примеры форм возмущений $\delta f_0 F_2$ с двумя и более максимумами

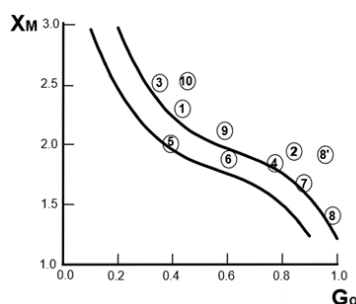
Следует отметить, что систематическое расположение пунктирных уровней ниже соответствующих экспериментальных точек свидетельствует о нарушении принципа суперпозиции при близком расположении крупномасштабных неоднородностей.

В таблице 1 приведены параметры неоднородностей, представленных на рис. 12. Величина G_0 измеряется в долях от высоты максимумов интерполирующей кривой, а единицей измерения x_M – полурасстояния между максимумами интерполирующих кривых, выбран интервал убывания этих кривых на внешней стороне до уровня 0,65 от максимума кривой ($0,65 = 1 / ch1$).

Таблица 1 Параметры двухвершинных форм

№	Станция ВЗ	Дата	Время первого максимума	Время второго максимума	x_M	G_0
1	Москва	09 - 10.08.95	21.00	03.00	2,30	0,45
2	Москва	14.04.99	08.00	12.00	2,00	0,82
3	Иркутск	07.08.85	04.00	10.00	2,50	0,43
4	Слоу	05 - 06.08.85	00.00	06.00	1,87	0,71
5	Москва	13.03.85	00.00	03.00	2,00	0,45
6	Алма - Ата	28 - 29.03.85	22.00	03.00	1,95	0,61
7	Алма - Ата	20 - 21.03.85	23.00	04.00	1,80	0,80
8	Свердловск	18 - 19.04.85	00.00	04.00	1,43	0,94
9	Свердловск	18 - 19.04.85	23.30	04.30	2,00	0,85
10	Слоу	23 - 24.03.85	23.00	04.00	2,10	0,62
11	Горький	19.04.85	12.00	15.00	2,50	0,40
			15.00	20.00	2,55	0,36

Эти данные целесообразно рассмотреть на плоскости (G_0, x_M), см. рис 13. Положения точек отмечены кружочками с номерами, соответствующими номерам в первом столбце таблицы. На этой же плоскости расположены две расчётные кривые. Кривая *I* получена с использованием табулированного интеграла (47). Кривая *II* построена для случая суперпозиции неоднородностей с помощью табуляции выражения (48). Данные, представленные на рис. 13, свидетельствуют об отчётливой группировке экспериментальных точек вблизи кривой *I*.

Рис. 13. Расположение кривых и точек на плоскости (G_0, x_M)

Приведенные данные свидетельствуют о наличии двух видов нелинейности в природе крупномасштабных неоднородностей вблизи максимума слоя $F2$. Первый вид связан с поддержанием их формы и выше назван кубической нелинейностью по степени функции нелинейном уравнении для формы. В соответствии с этим взаимодействие двух близких форм можно соотнести к нелинейности пятой степени. При сближении двух кубически нелинейных форм происходит заполнение пространства между ними до уровня максимумов первичных форм. Предельную форму заполнения $G_{lim}(x)$ можно описать неголоморфной функцией вида:

$$G_{lim}(x) = \begin{cases} 1, & 0 \leq x < 1, \\ \frac{1}{ch(x-1)}, & 1 < x. \end{cases} \quad (49)$$

В силу симметричности процесса расхождению неоднородностей будет предшествовать процесс «опустошения» пространства между максимумами. Несколько сложнее выглядит схема сближения двух неоднородностей разного знака. В этом случае формулу простой суперпозиции следует представить в виде:

$$G_{sup}(x) = [G_3(x - a) - G_3(x + a)]c(a) \quad (50)$$

В силу чётности функции $G_3(x)$ из соотношения (50) следует, что $G_{sup}(0) = 0$. Это условие следует сохранить и для случая других аппроксимаций в схемах «сближения неоднородностей разных знаков». Отсюда вытекает необходимость использования структуры неголомофной функции $G(x)$ в виде (50) для $0 < x$ и 0 для $x < 0$.

2.3. ДВИЖЕНИЕ МАКРОМАСШТАБНЫХ НЕОДНОРОДНОСТЕЙ

Однопозиционное исследование движений макромасштабных неоднородностей в среднеширотной области $F2$ ионосферы началось в 1972 г. В это время на юге Украины был введен в строй радар, позволивший регистрировать сигналы возвратно-наклонного зондирования (ВНЗ) ионосферы. Радар был оборудован электронной перестройкой по частоте и по азимуту. С помощью такого радара были обнаружены сигналы ВНЗ - D с задержкой, не зависящей от частоты. О существовании таких ДЧХ упоминается в книге [Чернов, 1971] со ссылкой на ещё более ранние работы.

На рис. 14 приведена схема ДЧХ радара, содержащая трек ВНЗ - D [Калинин и др., 2000]. Наблюдение таких треков позволило установить и разделить на две категории крупномасштабные неоднородности области $F2$ среднеширотной ионосферы. Одна из них – «привязанные» к магнитному полю Земли. Их возникновение было обнаружено в процессе работ по загоризонтной радиолокации стартов межконтинентальных баллистических ракет (МБР) на дальностях 3 – 8 тыс. км [Акимов и др., 1993; Акимов и др., 2000; Калинин и др., 2000].

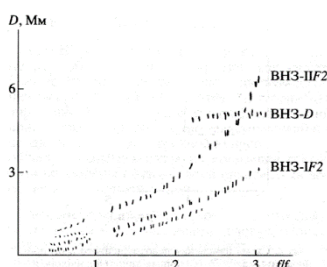


Рис. 14. Схема дистанционно-частотной характеристики радара, на которой были обнаружены сигналы ВНЗ - D с задержкой не зависящей от частоты

Уже после того, как последняя ступень МБР отработала, и головная часть продолжила движение по баллистической траектории, на месте активного участка траектории остаётся след в виде вытянутого объёма, заполненного сильно расширившимися газами выхлопа последних ракетных ступеней. И вследствие этого расширения концентрация электронов в следе существенно ниже, чем в окружающей ионосфере. Для данной категории крупномасштабных неоднородности области $F2$ среднеширотной ионосферы возможным видом эволюции является продольная амбиполярная диффузия вдоль силовой линии магнитного поля Земли.

В работе [Акимов и др., 2000] показано, что спуск неоднородности с высот порядка 300 – 400 км до высоты порядка 200 км длится 1 – 2 часа, что соответствует экспериментальным данным. Следует отметить, что наличие отрицательных неоднородностей ионосферы в области траекторий стартующих МБР было зафиксировано неоднократно в 1975 – 1977 гг. с помощью АИС, располагавшейся в 200 км от места старта [Карлов и др., 1984].

Регистрация подобных объектов производилась также в 1999 г с помощью АИС, располагавшейся на ИСЗ «Интеркосмос - 1837» [Котонаева, 2013].

Вторая категория крупномасштабных неоднородности области $F2$ среднеширотной ионосферы характеризуется горизонтальным перемещением на большие расстояния и соответственно временем жизни не менее нескольких часов.

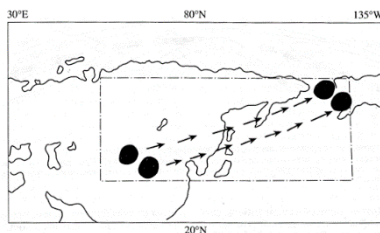


Рис. 15. Пример горизонтального перемещения по дальности азимутально сосредоточенных объектов, зарегистрированных радаром, расположенным на юге Украины

На рисунке 15 приведен пример горизонтального перемещения природных объектов, зарегистрированного днём на радаре на юге Украины [Калинин и др., 2000]. За период 1972 - 1974 гг. была проведена серия уникальных наблюдений за сигналами ВНЗ - D в координатах «азимут–дальность». В тех случаях, когда число объектов в зоне контроля было невелико, удавалось отследить траекторию их движения. На рис. 15 в качестве одного из результатов таких наблюдений показан фрагмент карты Мира в проекции Меркатора. Пунктирным прямоугольником условно отмечена зона контроля сигналов ВНЗ с помощью декаметрового радара. Затемнённые кружочки представляют собой объекты, сосредоточенные по азимуту и дальности. Наблюдения за ними начались в утреннее время осеннего сезона минимальной солнечной активности и длились в течение нескольких часов. За это время объекты с почти звуковой скоростью переместились из района Монголии в район Аляски. Существенно, что имеет место совпадение размеров объекта, скорости и дальности перемещения с характеристиками объектов, обнаруженных методом пространственной кросскорреляции $\delta f_0 F2$ [Сергеенко, 1973]. Можно предполагать, что в обоих случаях речь идёт о долгоживущих образованиях в ионосферной плазме.

3. ИССЛЕДОВАНИЯ СТАТИСТИЧЕСКИХ РЕЗУЛЬТАТОВ НАКЛОННОГО ЗОНДИРОВАНИЯ ИОНОСФЕРЫ НА СРЕДНЕШИРОТНЫХ ТРАССАХ

3.1. ИСХОДНЫЕ ПРЕДСТАВЛЕНИЯ

Процесс загоризонтного распространения декаметровых радиоволн на ионосферных трассах, в частности, длиннее 2 тыс. км характеризуется главным параметром – так называемой максимально применимой частотой (МПЧ). Если рабочая частота f удовлетворяет неравенству $f \leq \text{МПЧ}$, то траектория радиоволны, падающей наклонно на ионосферу, удерживается областью $F2$ ниже главного максимума электронной концентрации. Наблюдающиеся экспериментально случайные вариации МПЧ соотносят к наличию в ионосфере случайных сгущений или разрежений, именуемых неоднородностями [Альперт, 1979]. В соответствии с представлениями об области, существенной для распространения радиоволн [Фейнберг, 1999], продольные размеры такой области при наклонном падении на ионосферу радиоволн, близких по частоте к МПЧ, должна иметь продольные размеры порядка тысячи км. При скорости горизонтального перемещения ионосферных неоднородностей порядка 10^3 км/час можно ожидать, что прогноз МПЧ на полчаса вперёд будет достаточно эффективен. Подтверждение такого утверждения имеет значение и для практических приложений. В связи с этим возникают две важные проблемы. Во-первых, оценить по экспериментальным данным статистические инварианты погрешностей краткосрочного прогноза МПЧ на конкретных трассах. [Калинин и др., 2015]. И, во-вторых, с помощью эксцессивно-асимметричной модели случайных величин рассмотреть связи между выборочными инвариантами погрешностей прогноза МПЧ.

3.2. ПРИМЕРЫ ИЗМЕРЕНИЙ ВАРИАЦИЙ АЗИМУТА И УГЛА МЕСТА РАДИОВОЛНЫ, НАКЛОННО ОТРАЖЁННОЙ СРЕДНЕШИРОТНОЙ ИОНОСФЕРНОЙ ОБЛАСТЬЮ F_2

Выше рассмотрение статистики отражённого от области F_2 радиосигнала относилось к его важным энергетическим характеристикам, таким как границы частотного диапазона наклонного отражения. Вместе с тем статистика отражённых радиоволн характеризуются целым рядом характеристик, имеющих фазовую природу. К их числу относятся вариации углов прихода радиоволны. Здесь существует своя методология моделирования, описание которой выходит за рамки статьи. Вместе с тем было признано целесообразным включить данный подраздел, относящийся к погрешностям измерений вариаций азимута и угла места радиоволны, наклонно отражённой среднеширотной ионосферной областью F_2 . С картиной лучей, отраженных различными слоями, можно ознакомиться в монографиях [Альперт, 1979; Дэвис, 1973; Яковлев и др., 2009]. В работах по распространению декаметровых радиоволн радиосигналы с различными траекториями называют модами, сопровождая информацию о каждом моде сведениями от каких областей произошло отражение. При проведении экспериментов среднее значение параметров лучей-модов, а также их количество оценивалось численными расчетами при задании усредненных параметров ионосферы. При этом полученные параметры лучей имеют суточные, сезонные изменения, соответствующие изменениям ионосферных параметров. Случайные же вариации параметров ионосферы определяют статистику параметров лучей. Естественно, статистика параметров лучей может быть исследована только экспериментально. В настоящее время технические возможности достаточны для выделения отдельных мод сигнала, например, с помощью временного разрешения импульсного сигнала и измерения характеристик каждого из выделенных сигналов. Структура сигнала внутри отдельного мода обусловлена рядом явлений, таких как магнитоионное расщепление, рассеяние, фокусировка, наличие волнообразных возмущений. Различные ионосферные явления действуют на различные характеристики сигнала по-разному, поэтому изучение влияния отдельных видов ионосферных явлений на характеристики радиоволн по отдельности и в совокупности возможно лишь на основе комплексной постановки эксперимента, когда одновременно измеряются основные характеристики всех наблюдаемых мод сигнала. В этом контексте следует рассмотреть результаты экспериментальных работ, проведенных в 1975 году на трассе Свердловск - Калининград [Пахотин, 1992]. Протяженность трассы 2400 км, азимут на излучатель по дуге большого круга ~ 67 градусов. В эксперименте одновременно измерялись угловые и поляризационные характеристики выделенных во времени мод сигнала. Длительность излучаемого импульса была равна 0,2 мс. Этой величины достаточно для разделения лучей, отраженных от E , F_1 , F_2 слоев ионосферы, но внутримодовая интерференция за счет магнитоионных компонент остается. Выбор рабочих частот проводился в соответствии с методикой, данной в месячных ионосферных прогнозах. Измерения угловых и поляризационных характеристик мод сигналов проводились сеансами по 10 – 15 минут с периодичностью 2 - 3 сеанса в час. Всего за март месяц 1975 года проведено 180 сеансов регистрации. В мае, июне и сентябре 1975 года получено примерно такое же количество данных. Интерпретация наблюдаемых в эксперименте мод сигнала осуществлялась путем сравнения измеренных углов места и углов места, рассчитанных по ионограммам вертикального зондирования, полученных в средней точке трассы. В качестве примера на рис. 16 показаны азимутальные отклонения сигнала НЗ на трассе Свердловск – Калининград для трех частот: 5 МГц; 10 МГц; 15 МГц. Данные получены без разделения сигнала по модам.

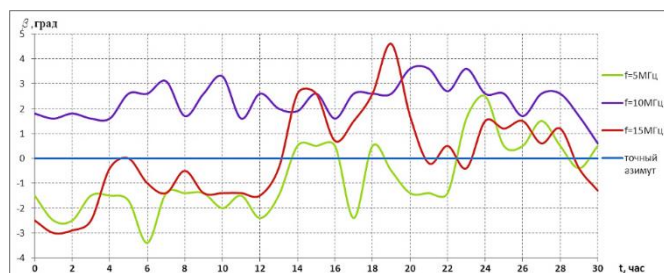


Рис. 16. Азимутальные отклонения на трассе Москва – Калининград для трех частот без разделения по модам сигнала

Из данных рисунка следует, что вариации азимутального отклонения в течение суток могут достигать ± 3 град. Эти вариации обусловлены интерференцией между модами сигнала. При разделении мод сигналов угловые отклонения становятся гораздо меньше. Вид реализаций азимутальных β и угловых α отклонений свидетельствует, что в результате временного разделения различных мод сигнала радиус автокорреляции значительно увеличивается. Если без разделения сигнала по модам радиус автокорреляции может быть меньше секунды, то при выделении отдельных мод радиус автокорреляции имеет минимальное значение порядка 10 с.

Гистограммы угловых характеристик выделенных мод сигнала НЗ показаны на рисунках 17 - 20.

На рисунке 17 показаны гистограммы распределения азимутов ($\beta_1; \beta_2$) и углов места ($\alpha_1; \alpha_2$) для лучей, отраженных от E и $F1$ слоев ионосферы на частоте 11 МГц. Азимутальные отклонения не превышают $\pm 0,2$ градуса, что свидетельствует о отсутствии в данной реализации воздействия поперечной компоненты горизонтального градиента электронной концентрации в окрестностях вершин скачковых траекторий. Гистограмма углов места имеет ассиметричный вид и характеризуется разбросом данных, не превышающим ± 4 градуса.

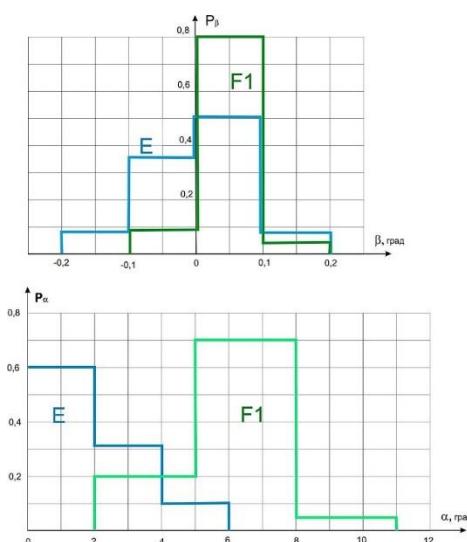


Рис. 17. Гистограмма азимутальных отклонений и углов места для сигналов НЗ отраженных от слоев E и $F1$

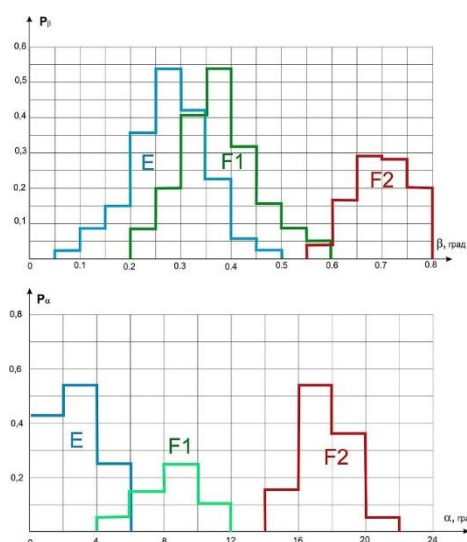


Рис. 18. Гистограмма азимутальных отклонений и углов места для сигналов НЗ отраженных от слоев E , $F1$ и $F2$ нижний луч

На рисунке 18 показана гистограмма азимутальных отклонений и углов места при наличии отражений от E , $F1$, $F2$ слоев ионосферы. При отражении от слоя $F2$ зарегистрирован только нижний луч. Если гистограммы углов места модов сигналов НЗ иллюстрируют четкость разделения и устойчивость во времени, то гистограммы азимутальных отклонений могут занимать области разных знаков средних значений, которые изменяются во времени.

На рисунке 19 показаны гистограммы угловых характеристик для случая отражения от E , $F1$, $F2$ слоев ионосферы. При отражении от слоя $F2$ регистрируется верхний и нижний лучи. Эта гистограмма свидетельствует о том, что наибольшая величина азимутальных отклонений может достигать ~ 4 градуса. Азимутальное разделение лучей хорошее. Однако, по-видимому, существует различие в поперечных градиентах электронной концентрации между областями отражения верхнего и нижнего лучей при отражении от слоя $F2$.

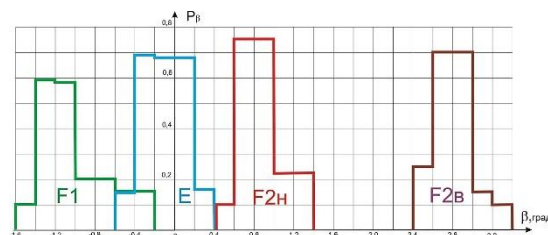


Рис. 19. Гистограмма азимутальных отклонений для сигналов НЗ, отраженных от слоев E , $F1$, $F2$ – нижний луч, $F2$ – верхний луч

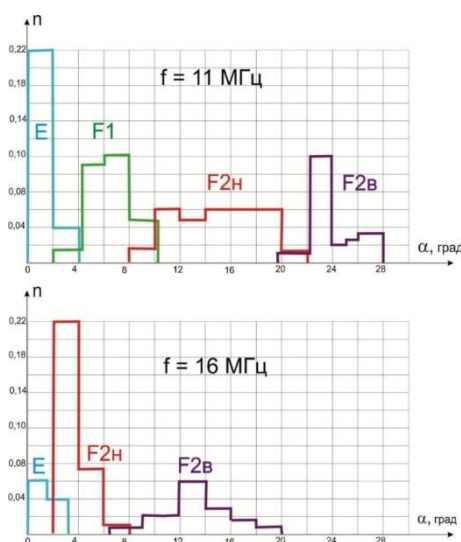


Рис. 20. Гистограммы распределения углов места выделенных мод сигналов НЗ по экспериментальным данным, полученным на частотах 11 и 16 МГц

На рисунке 20 показаны, для двух частот, гистограммы углов места выделенных модов сигналов НЗ по всему экспериментальному массиву. Из рисунка видно, что углы места отдельных модов сигнала НЗ для конкретной трассы и частоты группируются вблизи некоторых средних значений, которые достаточно хорошо разделяются. СКО гистограмм распределения углов места выделенных модов сигнала НЗ характеризует ту степень неопределенности, которая включает в себя случайные флуктуации параметров ионосферы совместно с горизонтальными градиентами электронной концентрации.

Угловые интервалы вариаций углов места α и азимутов β , относящиеся к различным модам сигналов НЗ, также представлены в работе [Пахотин, 1992]. Диапазоны изменений отражают различную степень возмущенности в ионосфере. Выявить какую-либо суточную закономерность в изменениях средне-квадратичных отклонений (СКО) σ_α и σ_β в данной серии экспериментальных работ не удалось. Азимутальные отклонения мод сигналов НЗ отсчитывались относительно среднего значения сигнала, отраженного от слоя E . Данные отражают увеличение азимутального отклонения сигнала с увеличением угла места, что трактуется, как результат воздействия поперечной компоненты градиента электронной концентрации. СКО угловых отклонений сравнительно

небольшие, но они увеличиваются с увеличением угла места. Это указывает на то, что внутримодовая интерференция оказывает меньшее влияние на угловые характеристики, чем глобальные изменения параметров ионосферы, происходящие на интервалах более часа. Влияние продольной компоненты градиента электронной концентрации на углы места отдельных модов сигналов может быть оценено при сопоставлении измеренных и рассчитанных с помощью ионограмм вертикального зондирования в средней точке трассы, на которой производились измерения углов места.

Для сигнала, отраженного от слоя E , измеренные значения углов места близки к нулю. В этом случае инструментальная погрешность измерений равна 3 градуса, и различие между измеренными и расчетными значениями углов места не превышает этой величины. На основании этого принимается, что среднее значение $\overline{\alpha_E}$ и расчетные значения угла места совпадают. Можно считать, что градиенты электронной концентрации в регулярном E слое в продольном направлении близки к нулю. В соответствии с прогнозами ионосферных данных, градиенты f_0E для средних широт не превышают значений 0,15 МГц / 100 км.

Для сигнала, отраженного от слоя $F1$, инструментальная погрешность измерения угла места равна ± 1 градус. Различие измеренных и расчетных значений углов места достигает 1,5 - 2,0 градуса. Следовательно, можно принять, что эта цифра свидетельствует о влиянии продольной компоненты горизонтальных градиентов f_0 в слое $F1$ на величину угла места, под которым приходит сигнал. В соответствии с данными долгосрочного прогноза продольная компонента градиента f_0F1 для средних широт $\sim 0,4$ МГц / 100 км.

Наибольшее различие $\alpha_{\text{изм}} - \alpha_{\text{расч}}$ отмечается для сигнала, отраженного от слоя $F2$ ионосферы. В этом случае разность $\alpha_{\text{изм}} - \alpha_{\text{расч}} \sim \pm 4$ град. при инструментальной погрешности измерений ± 1 град. Полученные результаты свидетельствуют о влиянии продольной компоненты горизонтальных градиентов f_0 в слое $F2$. В соответствии с данными долгосрочного прогноза продольная компонента градиента f_0F2 для средних широт $\sim 0,5$ МГц / 100 км.

Таким образом, для сигналов, отраженных от слоев E и $F1$, а также в полуденное время для сигналов, отраженных от слоя $F2$, отличие расчетных углов места от экспериментально полученных, не более ± 2 градусов. В вечернее и сумеречное время на трассах широтного направления для расчета углов места сигналов, отраженных от слоя $F2$, необходимо использовать информацию о величине градиента электронной концентрации.

Приведем оценку влияния поперечной компоненты горизонтального градиента f_0 на величину азимутального отклонения сигнала, поскольку поперечная компонента горизонтального градиента f_0 увеличивается по мере увеличения высоты отражения радиоволны и максимальна в полуденное время. Это обстоятельство должно приводить к различным средним отклонениям азимутов для различных мод сигналов.

Из данных работы [Пахотин, 1992] следует, что среднее отклонение азимута увеличивается примерно на 0,08 градуса при увеличении угла места на 1 градус. СКО также увеличивается при увеличении угла места от 0,3 град. до 1,5 град. при $\alpha = 26$ град. Следовательно, на трассах широтного направления наиболее точное измерение азимута может быть при регистрации мода с наименьшим углом места.

Следует отметить, что примерно в 10 % случаев может наблюдаться различный знак градиента в величинах f_0F2 и f_0F1 . В этом случае отклонение азимутального направления прихода сигналов, отраженных от слоя $F1$ и $F2$, имеет разные знаки.

4. СЕЙСМОГЕННАЯ И АНТРОПОГЕННАЯ МАКРОМАСШТАБНАЯ ИЗМЕНЧИВОСТЬ δf_0F2 СРЕДНЕШИРОТНОЙ ИОНОСФЕРЫ

4.1. СЕЙСМОГЕННЫЕ ВАРИАЦИИ δf_0F2

Землетрясение 21 апреля 1999 г. Методика обработки данных состоит в переходе от данных АИС - f_0F2 к относительным вариациям δf_0F2 . За несколько суток до и после момента землетрясения ($M > 6$) строились зависимости вариаций от времени $\delta f_0F2(t)$ для каждой АИС. После этого производилась двойная селекция визуально выделяемых одиночных положительных вариаций. На карте Мира положения таких АИС выделялись специальными знаками. Предметом дальнейшего поиска служили цепочки среди выделенных АИС, расположенных вблизи дуги большого круга. После этого производилось новое построение зависимостей $\delta f_0F2(t)$ друг под другом со сдвигом осей

абсцисс на величину, пропорциональную расстоянию от АИС до эпицентра землетрясения. Предполагалось, что на таком комплексном графике локальные максимумы зависимостей $\delta f_0 F_2(t)$ располагаются тем позднее, чем больше расстояние от АИС до эпицентра землетрясения. Построение прямой линии, вокруг которой группируются максимумы, определяет среднюю скорость равномерно движущегося объекта. Экстраполяция прямой к временной оси абсцисс, соответствующей эпицентру, позволяет оценить время упреждения – интервал между появлением неоднородности и моментом главного удара. Подобным способом были обработаны десятки случаев. Это позволило оценить параметры обнаруженных объектов. Их примерно одинаковые продольные и поперечные горизонтальные размеры заключены в пределах 2 – 4 тыс. км. Величина $\delta f_0 F_2$ превышает 15 -20 % (Известен случай, когда $\delta f_0 F_2 > 50\%$) [Калинин, 2012]. В 1999 г с помощью АИС, располагавшейся на ИСЗ «Интеркосмос - 1837», было получено большое количество стандартных ионограмм. Однако, изредка, на ионограммах регистрировался нестандартный трек, так называемый задержанный нижний след (ЗНС), подробнее см. [Данилкин и др., 2006]. При этом возникла естественная гипотеза о наличии в ионосфере макромасштабной неоднородности. Рефракцией радиоволн вблизи её краевой области предполагалось объяснить причину возникновения нестандартного трека на дистанционно частотной характеристике (ДЧХ) спутниковой АИС. В работе [Данилкин, 2002] это предположение было соотнесено к ситуации пересечения траектории ИСЗ с траекторией движения сейсмогенной неоднородности $\delta f_0 F_2(t)$, обнаруженной ранее [Калинин и др., 2002] с помощью цепочки наземных АИС. Следует опять-таки отметить, что обнаружение сейсмогенной ионосферной неоднородности является редким событием. Необходимо, чтобы траектория движения объекта совпадала с какой-либо цепочкой АИС, например, протяжённостью более радиуса Земли. Пересечение двух траекторий – одиночного сейсмогенного объекта и ИСЗ, когда они совмещаются в пространстве-времени, является ещё более редким событием. Известны только две таких достаточно ясных ситуации. Землетрясение 21 апреля 1999 г относится к одной из них. Оно состоялось в южной части Тихого океана несколько севернее Новой Зеландии.

На рисунке 21 представлен комплексный график зависимостей $\delta f_0 F_2(t)$ для АИС Дарвин (Австралия), Ахмадабад (Индия), Чилтон и Рим (Европа). Шкала расстояний от эпицентра до соответствующей АИС расположена справа. В левой части рис. 21 дана цена деления по вертикали в процентах для $\delta f_0 F_2(t)$, отсчитываемой от различных осей абсцисс. Они соответствуют различным АИС, и их положение пропорционально расстоянию от АИС до эпицентра. Также справа дано обозначение местоположения ИСЗ при регистрации ЗНС.

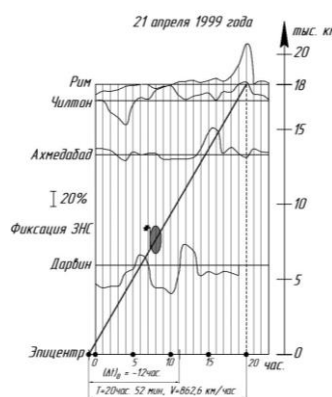


Рис. 21. Комплексный график $\delta f_0 F_2(t)$ для различных АИС, оси абсцисс которых сдвинуты по вертикали пропорционально расстоянию АИС от эпицентра; масштаб по вертикали для каждого графика и значок фиксации ЗНС на космической АИС – слева

Предполагается, что ИСЗ пролетал на некотором расстоянии от траектории объекта, обозначенного на рис. 21 эллипсом, воспроизводящим размеры неоднородности. Следует напомнить, что появление ЗНС трактуется, как рефракционный эффект на краю неоднородности. А именно, возможны два типа траекторий, возвращающихся к ИСЗ. Один из них стандартный, обусловленный вертикальным распространением зондирующего сигнала. Другой – связан с рефракцией в краевой области неоднородности.

Данные на рисунке 21 позволяют оценить параметры движения неоднородности. Величина упреждения $(\Delta t)_0$ – составляет 12 ч; скорость равна $V \approx 900$ км / час. Всё это находится в соответствии с данными работ [Калинин и др., 2002]. На рис. 22 представлена карта Мира в проекции Меркатора. На ней нанесены малые кружочки, соответствующие положениям АИС на всех шести обитаемых континентах. Каждый из кружочков окружён более широкой окружностью, условно отображающей «радиус действия» АИС, принятый равным 10^3 км.

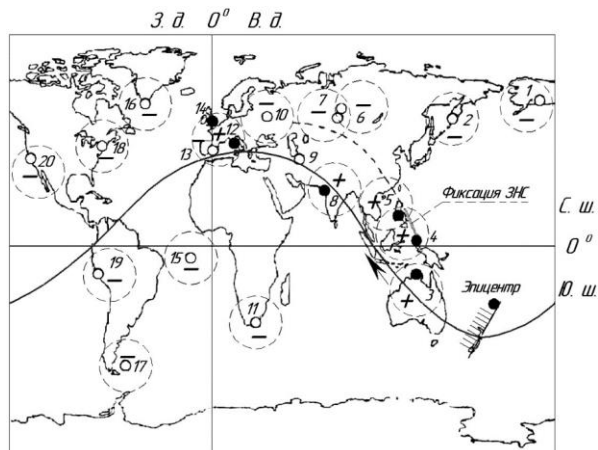


Рис. 22. Движение сейсмогенной неоднородности в области F_2 ионосферы и обнаружение ЗНС спутниковой АИС

Внутри кругов стоят номера станций (здесь не расшифровываются). А также знаки минус для АИС, в данных которых не обнаружены локальные максимумы, группирующиеся возле прямой, представленной на рис. 21. Знаками плюс помечены четыре АИС, чьи зависимости $\delta f_0 F_2(t)$ обладают характерными максимумами по времени и координатам сгруппированные вблизи прямой на рис. 21. Эта прямая в виде участка дуги большого круга представлена на рис. 22 сплошной кривой. Следует отметить, что положение кривой носит компромиссный характер. Она проходит несколько южнее точки эпицентра, расположенного северо-западнее Новой Зеландии. Подобное смещение примерно на 2 тыс. км от места образования ионосферного объекта по отношению к месту выделения вблизи поверхности Земли энергии порядка 10^{16} наблюдалось и в случае наземного ядерного взрыва мегатонного класса [Калинин и др., 2005; Дзвонковская и др., 2008]. Вместе с тем дуга большого круга на рис. 22 проходит перпендикулярно границе тихоокеанской литосферной плиты, помеченной полосатой структурой. Такое наблюдалось практически во всех проанализированных случаях динамики сейсмогенных ионосферных объектов. Далее следует указать на то, что помеченные знаком плюс индонезийская и филиппинская АИС не дали надёжное обнаружение объекта. Ашхабадская АИС дала чёткое необнаружение. Две АИС в Великобритании, Чилтон и Слоу, дали противоположные результаты по обнаружению. Существенно, что испанская АИС не дала заметного эффекта вблизи прямой на рис. 21. И расположенная в Южной Америке АИС помечена знаком минус. Всё это заставляет предположить, что объект прекратил существование на дальности $D \approx 20$ тыс. км. При магнитуде землетрясения $M = 6$ это находится в согласии с эмпирической формулой для предельной дальности D_L , на которой объекты прекращают свое существование [Дзвонковская и др., 2008].

На рис. 22 пунктиром показана траектория ИСЗ и тонкой линией с изломом показано место, где спутниковая АИС зарегистрировала ЗНС. Совокупность данных, представленных на рис. 21 и рис. 22, позволяет сделать вывод об обнаружении сейсмогенной макромасштабной неоднородности в области F_2 двумя независимыми методами. В данном случае процесс обнаружения завершился за 4 часа до землетрясения. Гипотетические координаты эпицентра можно было бы указать с погрешностью порядка 10^3 км.

Аляскинское землетрясение 05.05.1999 г. Движение сейсмогенных макромасштабных неоднородностей электронной концентрации в окрестностях высоты главного максимума области F_2 является их существенной особенностью. Здесь также наблюдается ряд нелинейных явлений. Прежде всего, следует указать на нелинейную зависимость от магнитуды M (при $M > 5$) предельной дальности D_L , на которой объекты прекращают свое существование:

$$\frac{D_l}{D_0} = 1 + 0,7(M - 5) + 0,3(M - 5)^2 + \dots, \quad (51)$$

где $D_l \approx 5$ тыс. км. Если теперь учесть, что магнитуда M линейно связана с логарифмом энергии землетрясения [Жарков, 1989], то нелинейный характер формулы (51) будет еще более подчеркнут.

Теперь следует обратиться к формуле зависимости дальности перемещения неоднородности D от времени t

$$D = V(t - t_0), \quad (52)$$

где величина V – сглаженное значение скорости «кажущегося» перемещения сосредоточенного возмущения $\delta f_c F2$ в ионосфере и t_0 – точка отсчета времени. Для положительных возмущений t_0 упреждает момент главного удара землетрясения на 10 – 15 часов.

На рис. 23 представлены результат такой зависимости, иллюстрирующих формулу (52).

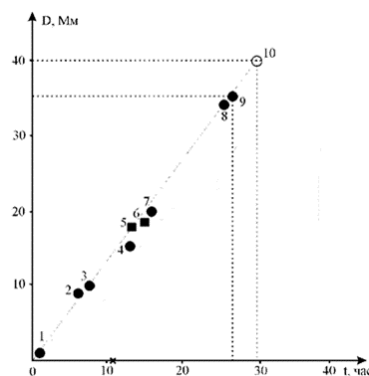


Рис. 23. Планетарное движение макромасштабной неоднородности области F2 ионосферы, образованной во время Аляскинского землетрясения 05.05.1999 г.

По оси абсцисс отложено время (UT), по оси ординат – дальность, измеряемая в мегаметрах (Мм). Чёрные кружочки относятся к регистрации с помощью наземных АИС ионосферной макромасштабной неоднородности, возникшей во время землетрясения на Аляске 05.05.1999 г. Цифры вблизи кружочков 1 - 4, 7 - 9 соответствуют обнаружению локальных максимумов на АИС, расположенной на Аляске, двум АИС в Центральной Сибири, одной на юге Африки, далее – на Фолклендских островах и двум – в США. Квадратики 5 и 6 соответствуют регистрации аномальных сигналов на АИС, располагавшейся на ИСЗ «Мир», на двух витках, пересекавших область расположения макромасштабной неоднородности южнее острова Мадагаскар [Данилкин и др., 2006]. Именно данные этих измерений дают основание для использования модели $\delta f_0 F2 = \delta f_0 F2_{\max} / \operatorname{ch}(x / x_0)$ с небольшой областью «быстрого» перехода по сравнению с масштабом неоднородности x_0 порядка 1 - 4 тыс. км. Светлый кружочек 10 на рис. 23 означает, что объект не совершил полностью кругосветное движение, и второй раз АИС на Аляске его не зарегистрировала. Крестик на оси t на рис. 23 обозначает момент главного удара землетрясения. Обращает на себя внимание тот факт, что макромасштабная ионосферная неоднородность возникла за 11 часов **до землетрясения**. Это находится в соответствии с данными работ [Калинин, 2002, 2004, 2005].

После землетрясения объект существует в течение почти 20 часов. На рис. 24 представлен фрагмент карты Мира, где черными кружочками отмечено положение АИС с теми же номерами, что и на рис. 23. Мимо них по пунктирной кривой, соответствующей дуге большого круга, ориентированной ортогонально ближайшей границе литосферной плиты [Калинин, 2002, 2004; Жарков, 1989], проходит макромасштабная неоднородность. Её локальные изображения представлены крупными кружками. На рис. 24 А не отмечены АИС, на которых не были обнаружены локальные максимумы в соответствующие моменты времени. К числу таких АИС относятся три станции в Японии, АИС в Магадане, в Москве, в Европе, в Канаде и в Австралии. Цепочки крестиков 5 и 6 приблизительно соответствуют пассажирам ИСЗ «Мир», проходящего на небольшой высоте над неоднородностью [Данилкин и др., 2006]. На фрагменте Б представлена нелинейная зависимость максимальной «амплитуды» $(\delta f_0 F2)_{\max}$ от дальности. Зависимость содержит почти горизонтальный

участок – точки 2 - 8 и два «крутых» участка – точки 1 и 8, 9. Следует отметить, что время исчезновения объекта ~ 3 часа близко ко времени диффузионной релаксации τ_D . Так, полагая $\tau_D = H^2/D$, для $H = 10^7$ см и $D = 10^{11}$ см²/сек получаем, что τ_D примерно равно 3 часам [Альперт, 1979].

При проведении пунктирной линии – компромиссной дуги большого круга, учитывалось, что согласно данным работы [Калинин, 2005], такая дуга гипотетически должна быть ориентирована нормально к границе литосферной плиты в районе землетрясения. Все это позволило с учетом оценок размеров неоднородностей обосновать схему движения объекта, представленную на рис. 24.

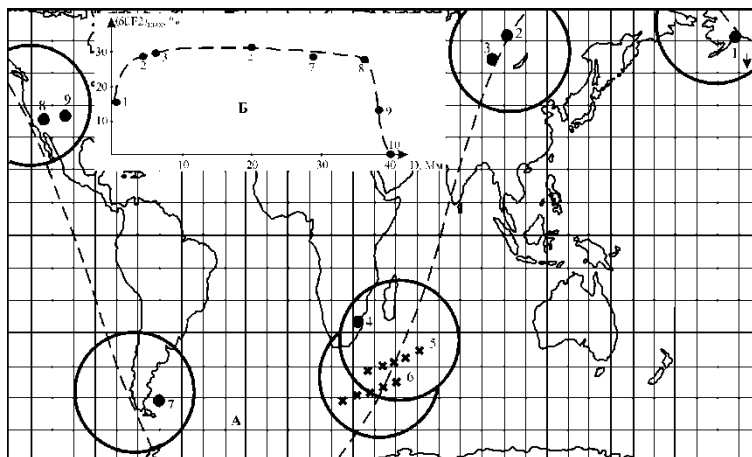


Рис. 24. Элементы кругосветной траектории движения макромасштабной неоднородности, расположение АИС и схематическое положение неоднородности; Б – зависимость вариаций $\delta f_0 F2$ от дальности

Точки на рис. 23 достаточно тесно группируются вблизи прямой линии, что свидетельствует о равномерном движении объекта вдоль дуги большого круга с околосвуковой скоростью.

Таким образом, сейсмогенные макромасштабные неоднородности области $F2$ ионосферы обладают рядом специфических свойств, обуславливающих особенности их возникновения и дальнейшей динамики. Неоднородности совершают перемещения с околосвуковой скоростью на расстояния, превышающие радиус Земли. Их пересечение с протяженными радиотрассами может существенно изменить свойства последних, что оказывает влияние на характеристики технических радиосистем, использующих ионосферу в качестве элемента тракта передачи информации за горизонт.

Квазидетерминированный характер эволюции сейсмогенных ионосферных макромасштабных неоднородностей является существенным фактором для краткосрочного прогнозирования их влияния на условия распространения дециметровых радиоволн. При долгосрочном прогнозировании поток сейсмогенных неоднородностей следует рассматривать, как индетерминированный источник помех.

4.2. АНТРОПОГЕННАЯ КОМПОНЕНТА В МАССИВЕ СТАТИСТИЧЕСКИХ ИНВАРИАНТОВ ВЫБОРОК $\delta f_0 F2$

Гипотеза о наличии антропогенной компоненты в массиве статистических инвариантов $\{A, E\}$ выборки $\delta f_0 F2$ возникает в связи с их сезонной изменчивостью, а также изменчивостью от одного солнечного цикла к другому [Калинин и др., 1998]. Этой изменчивости более подвержена асимметрия A , чем эксцесс E . По предположению эта изменчивость связана с воздействием ИСЗ на ионосферу.

Можно указать, по крайней мере, на два эффекта, обуславливающих такое воздействие конкретно на $f_0 F2$. Положительное воздействие возникает как следствие высыпания энергичных частиц с высот порядка 1 – 2 тыс. км, где пролетают ИСЗ по почти круговой орбите. В результате в окрестностях уровня максимальной ионизации h_m возникают дополнительные ионизированные слоистые образования. Их наличие регистрируют по дополнительным сигналам ВНЗ, сопровождающим полёт ИСЗ. Для того, чтобы возник дополнительный трек ВНЗ на плоскости ДЧХ, необходимо, чтобы в ионосфере появилось дополнительное образование размером порядка размеров

области, существенной для распространения радиоволн [Фейнберг, 1999]. И контрастность такой области должна быть примерно 10 %, а то и более.

В работе [Deminger, 1957], по-видимому, впервые опубликованы данные о сигнале ВНЗ, возникшие в результате пролёта ИСЗ «Спутник 2».

После запуска в 1960 г. американского ИСЗ «Эхо-1» (надутый шар с металлизированной поверхностью диаметром 30 м, высота полёта ~ 1,5 тыс. км) [Глушко, 1985] дополнительные сигналы ВНЗ в ионосфере, находящейся под пролетающим ИСЗ, наблюдались регулярно в средних и высоких широтах. Следует отметить, что размеры области дополнительной ионизации намного превышали размеры ИСЗ.

При полёте ИСЗ на существенно меньших высотах, около h_m , на величину f_oF2 может оказывать влияние другой эффект – наличие у ИСЗ вакуумного следа [Альперт и др., 1964]. Его длина по порядку величины равна отношению коэффициента диффузии к скорости движения ИСЗ. Полагая $D \sim 10^{11} \text{ см}^2/\text{сек}$ и скорость $v \sim 10^6 \text{ см/сек}$, получим для оценки для длины $L \sim 10^5 \text{ см}$, что соизмеримо с размером зоны Френеля при ВЗ.

Таким образом, можно ожидать, что пролёт низколетящего ИСЗ над АИС приведёт к уменьшению измеряемой величины f_oF2 . При этом следует иметь в виду, что, если пролёт ИСЗ происходит несколько выше h_m , то длина следа L существенно возрастает. При этом разреженная область под влиянием диффузии «спустится» вниз, на высоту h_m [Иванов - Холодный и др. 1982]. Появление отрицательных δf_oF2 по идее должно привести к увеличению величины $-A$. Можно предположить, что число антропогенных положительных вариаций $\delta f_oF2 > 0$ пропорционально числу S^+ – количеству ИСЗ с почти круговыми орбитами на высотах 1 – 2 тыс. км. То есть связано с эффектом «высыпаний». В то время, как число антропогенных отрицательных вариаций $\delta f_oF2 < 0$ пропорционально числу S^- – количеству ИСЗ с почти круговыми орбитами на высотах 1 - 2 тыс. км.

Далее предполагается, что ИСЗ на высоких круговых орбитах по прошествии нескольких лет переходят на низкие круговые орбиты. То есть, если теперь ввести номер года m , то можно предположить, что $S^+(m - m_0) = S^-(m)$. Это гипотеза существенна тем, что величина S^+ оценивается по числу запусков соответствующих ИСЗ [Глушко, 1985], а величина S^- может оказаться пропорциональной значению какого-либо из статистических инвариантов массива $\{\delta f_oF2\}$ по данным АИС Москва за тот же год.

Таким способом были получены массивы центронормированных X и Y за двадцатипятилетний период 1960 - 1984 гг. Наибольший коэффициент корреляции 0,6 по 25 значениям пар чисел был получен для дисперсии массива $\{\delta f_oF2\}$ при годичном сдвиге между $S^+(m)$ и $S^-(m)$. При других сдвигах или других орбитах корреляция получалась незначима.

5. ВЛИЯНИЕ ИОНОСФЕРНОГО РАССЕЯНИЯ НА РАСПРОСТРАНЕНИЕ ДЕКАМЕТРОВЫХ РАДИОВОЛН

5.1. ИСХОДНЫЕ ПРЕДСТАВЛЕНИЯ

Ионосферное рассеяние декаметровых радиоволн обусловлено воздействием случайных ионосферных неоднородностей различного масштаба на проходящие радиосигналы. Это приводит к различным эффектам в декаметровом диапазоне. Ниже рассматривается эффект размытия границы между «мёртвой» зоной («тенью») и зоной приёма радиосигналов («светом»), а также эффект антиподной фокусировки. Рассмотрение производится на основе метода двумерных характеристических функций [Фейнберг, 1999]. Применение метода характеристических функций требует задания регулярного поля в области света и полутени. Это можно сделать с помощью интегралов вида:

$$I_d = \int_c e^{i\varphi_d(t)} dt, \quad (53)$$

где φ_d – детерминированное значение фазы; t и c – соответствующим образом выбранные переменная и контур интегрирования.

В случае, когда $\varphi_d(t)$ – полиномиальные функции и t – угол места, интегралы вида (53) превращаются в соответствующие функции волновых катастроф. В случае, когда $\varphi_d \sim \cos(t)$ и t – азимутальный угол, интеграл (53) становится моделью антиподной фокусировки или фокусировки кругосветных эхо-сигналов.

Наиболее характерный пример интеграла I_d – функция Эйри, для которой $\varphi_d(t)$ является полиномом третьей степени. Функция Эйри используется как модель поведения пакета волн, отразившихся от ионосферы, в окрестностях геометрической границы «света» и «тени» на земной поверхности. Расстояние от источника до этой границы называют радиусом мёртвой зоны. Внутри мёртвой зоны в приближении геометрической оптики поле наземного излучателя равно нулю. Функция Эйри описывает дифракционное размытие при переходе от «света» к «тени», масштаб которого составляет вдоль по лучу несколько длин волн, как и вдоль по земной поверхности. При этом рассеяние волн на случайных неоднородностях ионосферы не учитывается.

5.2. МЕТОД ДВУМЕРНОЙ ХАРАКТЕРИСТИЧЕСКОЙ ФУНКЦИИ

Далее предполагается, что наличие случайных неоднородностей не сильно изменяет структуру волнового пучка (53) и что соответствующий интеграл I может быть представлен в виде [Фейнберг, 1999]:

$$I_d = \int_c e^{i\varphi_d(t) + i\varphi_N(t)} dt, \quad (54)$$

где $\varphi_N(t)$ – случайный сдвиг фазы, обусловленный воздействием неоднородностей ионосферы.

Наличие случайной фазы приведёт к дополнительному размытию границ «света» и «тени», а также фокусировок типа антиподных. При этом реальный смысл имеет функция интенсивности $J = \overline{I \cdot I^*}$.

Величина J может быть выражена через двукратный интеграл, структура которого представима формулой:

$$J = \int_{cc'} dt dt' e^{i[\varphi_d(t) + \varphi_d(t')]} \overline{e^{i[\varphi_N(t) + \varphi_N(t')]}}, \quad (55)$$

где черта означает усреднение по случайным значениям фазы φ .

Находящееся под интегралом (55) среднее можно представить как двумерную характеристическую функцию $\chi_2(\lambda_1, \lambda_2)$, по определению являющуюся двумерным Фурье – образом от функции плотности вероятности $w_2(\varphi_N, \varphi'_N)$. Характеристическая функция $\chi_2(\lambda_1, \lambda_2)$ выражается, таким образом, с помощью интеграла:

$$\chi_2(\lambda_1, \lambda_2) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{i\lambda_1 \varphi_N + i\lambda_2 \varphi'_N} w_2(\varphi_N, \varphi'_N) d\varphi_N d\varphi'_N. \quad (56)$$

Эквивалентная запись имеет вид:

$$\chi_2(\lambda_1, \lambda_2) = \overline{e^{i\lambda_1 \varphi_N + i\lambda_2 \varphi'_N}} \quad (57)$$

Сопоставляя между собой формулы (56) и (57), можно прийти к соотношению:

$$\overline{e^{i[\varphi_N(t) - \varphi_N(t')]} } = \chi_2(\lambda_1 = 1, \lambda_2 = -1; r(t - t')), \quad (58)$$

где $r(t - t') = \frac{\overline{\varphi_N(t) \cdot \varphi_N(t')}}{\overline{\varphi_N^2}}$ функция автокорреляции в предположении, что $\overline{\varphi_N} = \overline{\varphi'_N} = 0$.

Для нормального случайного процесса возможно упрощение соотношения (58):

$$\chi_2(1, -1; r(t - t')) \approx \chi_1(\overline{\varphi_N^2} [1 - r(t - t')]), \quad (59)$$

где χ_1 представляет собой одномерную характеристическую функцию случайной фазы. В области существенной для интегрирования в формуле (55) возможно приближённое представление:

$$\varphi_d(t) - \varphi_d(t') \approx \varphi'(t)(t - t') + \varphi''(t) \frac{(t - t')^2}{2}, \quad (60)$$

а также:

$$1 - r(t - t') \approx \left[\frac{(t - t')}{2} \right]^n, n = 1, 2. \quad (61)$$

Случаю $n = 1$ соответствует ситуация линейно-экспоненциальной функции корреляции (Марковский случайный процесс), случаю $n = 2$ соответствует функция корреляции в виде гауссовой функции. Все эти преобразования означают выделение в угловых спектрах узкой главной части, примерно соответствующей размеру неоднородности, отнесённому к расстоянию от неё до источника волн.

Рассмотрим вначале представление $\varphi_d(t) - \varphi_d(t')$ в виде первого слагаемого в правой части формулы (60). Тогда независимо от значения n в формуле (61) в интеграле (55) для интенсивности J можно выполнить интегрирование по «быстрой» переменной $t - t'$. Это понизит кратность интеграла (55) и приведёт к соотношению:

$$J \sim \int_c w \left(\varphi'(t) \frac{1}{\sqrt{\varphi_N^2}} \right) dt \quad (62)$$

Приведём вид общего соотношения (62) для распределения фазы по нормальному закону применительно к двум задачам рассеяния – на границе мёртвой зоны и в антиподе.

5.3. ГРАНИЦА МЕРТВОЙ ЗОНЫ

В этом случае производная фазы пропорциональна сумме $kR + t^2$, где k – волновое число и R – расстояние от границы мёртвой зоны. В итоге функция интенсивности J пропорциональна интегралу i :

$$i = \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\varphi_N^2 \cdot 1^{-2} \cdot (kR + t^2)^2} \quad (63)$$

Эту функцию можно было бы назвать одной из функций «несостоявшихся волновых катастроф», соответствующей функции Эйри – простейшей из функций волновых катастроф.

На рис. 25 из работы [Чернов, 1971] представлены результаты расчёта интенсивности сигнала декаметрового диапазона в окрестностях границы «мёртвой зоны». В качестве нулевой отметки на оси абсцисс D_0 выбрана дальность границы, основанная на геометрическом расчёте.

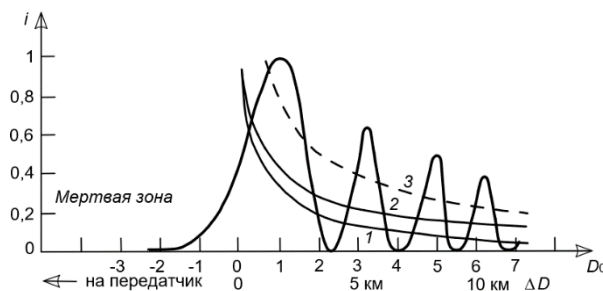


Рис. 25. Изменение интенсивности сигнала декаметрового диапазона вблизи границы «мёртвой зоны»: аperiодические кривые 1 - 3 - приближение геометрической оптики, осциллирующая кривая -

приближение, учитывающее волновые поправки

В соответствии с этим при стремлении D_0 к нулю функция интенсивности терпит разрыв. При $D_0 < 0$ функция равна нулю. При стремлении функции к нулю по положительной полуоси D_0 интенсивность, как верхнего, так и нижнего луча, стремится к бесконечности. Расчёт производится для параболической модели профиля электронной концентрации слоя F2. Параметры профиля: высота максимума – 400 км, полутолщина – 100 км, отношение рабочей частоты к критической равно двум и длина волны $\lambda = 30$ м.

На рис. 25 приведена осциллирующая кривая, представляющая изменение интенсивности сигнала в терминах функции Эйри, то есть учитывающие волновые поправки. Данная кривая определяет нормировку по оси ординат, – значение первого максимума принимается за единицу. Его положение сдвинуто примерно на 10λ в положительную сторону от геометрической границы «мёртвой зоны». Важно отметить, что определяемый формулой (63) масштаб перехода от «света» к «тени» для реальной ионосферы становится существенно больше за счёт рассеяния. По оценкам работы [Всехсвятская и др., 1979] величина этого масштаба может быть порядка $10^3\lambda$.

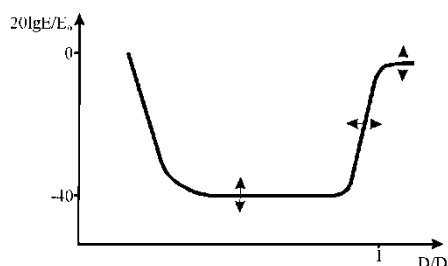


Рис. 26. Измеренная интенсивность сигнала декаметрового сигнала вблизи границы «мёртвой зоны». E_0 – напряжённость поля на дальности первого скачка D_s ; стрелки – разброс измерений.

Далее на рис. 26 приведены экспериментальные данные самолётных измерений [Акимов и др., 2008], свидетельствующие о том, что из-за эффекта рассеяния ширина переходной области от «света» к «тени» имеет порядок 10^5 м. Следует также отметить, что данные, представленные на рис. 26 содержат информацию ещё об одном эффекте, связанном с рассеянием декаметровых радиоволн на ионосферных неоднородностях. А именно, наличие слабого сигнала в так называемой «мёртвой» зоне. Его уровень примерно на 40 дБ ниже, чем уровень в вершине первого скачка.

5.4. АНТИПОДНЫЙ ЭФФЕКТ

В случае антиподного эффекта $\varphi(t) \sim \cos(t)$. При тех же предположениях, что и при выводе формулы (63), можно получить, что зависимость интенсивности J от расстояния до антипода моделируется произведением функции Бесселя нулевого порядка от мнимого аргумента и экспоненциальной функцией:

$$J = e^{-X} I_0(X) \quad (64)$$

В формуле (64) величина $X = \frac{l^2 k_0^2 R^2}{8 \varphi_N^2}$, где l – азимутальный радиус корреляции, примерно равный размеру неоднородности, отнесённому к расстоянию от источника до антипода, и R – расстояние от антиподной точки. Функция (64) существенно отличается масштабом антиподной фокусировки от квадрата функции Бесселя первого рода нулевого порядка, моделирующей относительную изменчивость поля в антиподе в случае отсутствия неоднородностей.

В работе [Всехсвятская и др., 1979] показано, что те же предположения относительно свойств неоднородностей ионосферы, которые сделаны при использовании формулы (63), приводят к значению масштаба порядка $2 \cdot 10^3 \lambda$, что согласуется с данными прямых измерений на частоте $f = 20$ МГц антиподного сигнала от ИСЗ - 1, принятого на станции «Мирный» в Антарктиде [Альперт, 1979], см. рис. 27.

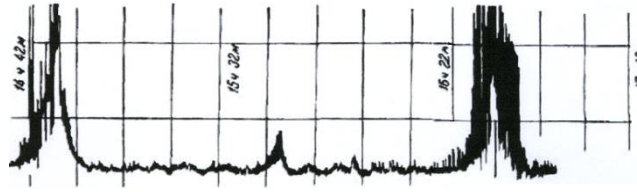


Рис. 27. Антиподный радиосигнал ИСЗ - 1, принятый в «Мирном», Антарктида

Здесь дана зависимость от времени интенсивности сигнала ИСЗ - 1. Она характеризуется двумя протяжёнными группами сигнала, соответствующими условиям прямой видимости ИСЗ - 1 из станции «Мирный» в Антарктиде. Примерно посередине между ними находится импульс, соответствующий наибольшему удалению ИСЗ - 1. Его длительность можно оценить, как величину порядка 300 сек. То есть радиус антиподного пятна примерно равен 10^3 км.

Это соответствует результатам самолётных антиподных измерений (ссылку см. в работе [Всехсвятская и др., 1979]).

Таким образом, результаты моделирования сигнала, рассеянного среднemasштабными ионосферными неоднородностями, на основе метода двумерной характеристической функции согласуется с данными эксперимента. Параметры неоднородностей, предположительно, одинаковы, как в случае размытия границы «мёртвой зоны», так и в случае антиподного сигнала.

6. ВОПРОСЫ НОРМИРОВКИ И СВЯЗИ МЕЖДУ ПРОЦЕССАМИ

6.1. СКАЛЯРИЗАЦИЯ ВЫБОРОК ВЫБОРОЧНЫМИ КВАНТИЛЯМИ

Выше упоминался способ скаляризации выборок с использованием оператора $\vec{K}$ – нахождения квантилей множества $\{x_i\}$. Остановимся теперь подробнее на этом случае. С помощью символов вектор параметров $\vec{q}$ запишется в виде:

$$\vec{q} = \vec{K}(x_i) \quad (65)$$

Тем самым предполагается существование случайных процессов, для которых имеется возможность значительного упрощения процесса моделирования на основе использования квантильных нормировок (медиана, децили и т.д.). В качестве примера будут фигурировать межчастотные распределения интенсивности сигналов радиосредств декаметрового диапазона волн. Для рассматриваемого круга вопросов особенно перспективным является использование интегрального распределения Фреше (экспоненциально-гиперболическая функция). Формально интегральное распределение Фреше $P(R)$ для величины R – огибающей высокочастотных колебаний имеет вид [Кендал и др., 1966; Ефимов, 1980]:

$$P_{Fr}(R) = a^{-\left(\frac{R_N}{R}\right)^v}, 0 < R < \infty \quad (66)$$

где $0 < a$, R_N – нормирующий множитель, v – порядок распределения.

Важные в приложениях свойства функции $p(R)$ определяются связью между a и R_N . Для этого следует $P(R)$ представить нормирующий множитель как квантиль порядка $0 < p < 1$, так чтобы при $R = R_p$ имело место равенство $P_{Fr}(R) = p$. Но тогда для $\exp[-(R_p/R)^v \ln a]$ при $R = R_p$ в свою очередь справедливо равенство $a = p^{-1}$.

Отсюда:

$$P_{Fr}(R) = p^{-\left(\frac{R_N}{R}\right)^v} \quad (67)$$

Существенно, что представление $P_{Fr}(R)$ в виде (67) позволяет нормировать интегральное распределение в терминах квантилей R_p . Так, если положить $p = 1/2$, то есть принять в качестве нормирующей величины R_N медиану $R_{0,5}$, то соотношение (67) принимает вид:

$$P_{Fr}(R/R_{0,5}) = 2^{-\left(\frac{R_N}{R}\right)^v} \quad (68)$$

Выбор в качестве R_N нижней децили приводит к выражению:

$$P_{Fr}(R/R_{0,1}) = 10^{-\left(\frac{R_{0,1}}{R}\right)^v} \quad (69)$$

Возможность подобной нормировки существенна для статистического моделирования, поскольку величиной R_N при этом становится квантиль. Обычная нормировка с помощью статистических инвариантов возможна только для порядков распределения v , существенно превышающих единицу, тогда как первые же эксперименты, в которых определялись $P_g(R)$ и аппроксимировались с помощью $P_{Fr}(R)$, показали, что величина v заключается в пределах 1 - 2 [Платонов и др., 1975]. Следует отметить, что среди немногих распределений, которые допускают квантильную нормировку, находится известное распределение Релея [Кендал М. и др., 1966]. Его можно представить в виде:

$$P_{Re}(R) = 1 - 2^{-\frac{R^2}{R_{0,5}^2}} \quad (70)$$

То есть в формуле (70) использована нормировка в виде медианы. Естественно, здесь возможны и другие нормировки, например, в виде соотношения, аналогичного формуле (69) или, как это обычно и делается, с помощью моментной нормировки $R_N^2 = \overline{R^2}$:

$$P_{Re}(R) = 1 - e^{-\frac{R^2}{\overline{R^2}}} \quad (71)$$

Интерес представляет сопоставление вероятностных схем, приводящих к распределениям (67) и (71), а также сопоставление их графиков. Так функция Релея (70) представляет собой распределение огибающей узкополосного нормального процесса, который в свою очередь обычно трактуется как статистический результат суперпозиции большого числа малых случайных возмущений [Кендал и др., 1966]. Существует статистическое описание предельного процесса блуждания частицы на плоскости, что также приводит к распределению Релея [Ватсон, 1949].

Распределение Фреше появляется в схеме, когда из генеральной совокупности делаются случайные выборки, а в них в свою очередь выбирается, например, наибольший или наименьший элемент (так называемые порядковые статистики [Кендал и др., 1966; Ефимов, 1980]).

На рис. 28 представлены графики распределения $P_{Re}(R)$ – сплошная линия и $P_{Fr}(R)$ – пунктирная линия.

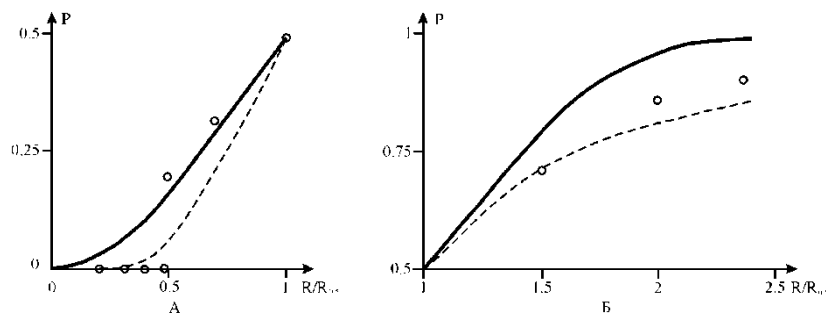


Рис. 28. Распределения Релея и Фреше для нижних (А) и верхних (Б) квантилей. Кружочки – данные эксперимента с ненаправленной приемной антенной и цифровой обработкой сигналов приемника в условиях мегаполиса

В обоих случаях нормировки осуществлены с помощью медианы $R_{0,5}$. Соответственно по оси абсцисс отложено отношение $R/R_{0,5}$. Обе кривые проходят через точку (1, 0,5), в которой они испытывают касание. Но поведение кривых различно для нижних и верхних квантилей. Так в области

$p = 0 - 0,1$ имеет место соотношение (рис. 28 А) В области $p = 0,85 - 1$ аналогичное соотношение имеет другую структуру (рис. 28 Б):

$$1 - P_{Fr}(R) \gg 1 - P_{Re}(R) \quad (72)$$

Соотношение (72) отображает одно из противоречий, содержащееся в основе распределения Релея для огибающей случайного процесса, распределенного по закону Гаусса. А именно, при $p \rightarrow 1$ речь идет о так называемых редких событиях, вероятность $1 - p$ которых невелика. Но редкие события в данном случае – это «большие выбросы» ($R > 2R_{0,5}$). Если они независимы, то они распределены по закону Пуассона [Кендал и др., 1966]. Их вероятность существенно выше, чем это определяется центральными предельными теоремами. Распределение Фреше относится к одной из вероятностных схем, в которых это противоречие преодолено:

$$P_{Fr}(R) \ll P_{Re}(R) \quad (73)$$

Известны и другие схемы, например [Калинин и др., 2002; Дзвонковская и др., 2006]. Далее следует рассмотреть эксперименты по определению эмпирических межчастотных распределений интенсивности сигналов радиосредств декаметрового диапазона волн. Данные получены в полосе 1 кГц с помощью панорамных радиоприемников, подключенных к различным антеннам в различных регионах. Это особенно важно в приложениях, например, в задачах моделирования свойств помех.

Так на рис. 28 А - 28 Б кружочки относятся к случаю измерений с ненаправленной антенной в условиях мегаполиса. На рис. 28 А приведены данные, относящиеся к нижним квантилям в интервале $p = 0 \div 0,5$, на рис. 28 Б – верхним квантилям в интервале $p = 0,5 \div 1$. В обоих случаях кружочками обозначены результаты эксперимента с использованием панорамно-перестраиваемых приемников с полосой 1 кГц в интервале частот 8 – 14 МГц. Согласно данным рис. 28 Б экспериментальные точки для верхних квантилей тяготеют к распределению Фреше с параметром $\nu = 2$. В области нижних квантилей на рис. 28 А на интервале $p = 0,2 \div 0,5$ две экспериментальные точки казалось бы находятся ближе к кривой распределения Релея. Но сама разница между сплошной и пунктирной кривыми в этой области не превышает значения 0,1. Поэтому для установления факта предпочтения, по-видимому, требуется большее количество данных. А вот «завал» точек на ось абсцисс в интервале $0,2R_{0,5} < R < 0,5R_{0,5}$ означает, что вероятность обнаружения каналов с этими уровнями равна нулю. Здесь имеет место доминирующая роль промышленных помех, ограничивающих снизу уровни частотных каналов декаметрового диапазона волн.

Теперь следует перейти к рассмотрению экспериментальных данных, полученных на радарх, использующих направленные антенны и цифровую обработку сигналов в приемниках. Здесь рассматриваются данные, полученные на радаре ROTHR. Он расположен в США в шт. Западная Вирджиния, имеет антенну длиной 2,7 км, с нормалью, ориентированной на район Карибского моря. Другая группа данных была получена на радаре ионосферной волны, расположенном в Европейской части РФ, с антенной ориентированной на запад [Авдюшин и др., 2006].

На рис. 29 и рис. 30 для нижних и верхних квантилей приведены экспериментальные данные для американского (область А) и российского (область Б) радаров в координатах $(R / R_{0,5}, p)$. То есть, использована формула (69). Наблюдаемый на рис. 29 сдвиг между областями А и Б (на уровне $p = 0,1$ примерно в полтора раза) можно трактовать как результат измерений в разной полосе. В случае А – это 3 кГц и соответствующие вероятности нахождения чистых каналов ниже. Вместе с тем имеется существенное различие между ситуациями А и Б. Медианные значения распределений для американского радара, пересчитанные ко входу антенны, находятся в пределах минус 180 ÷ 200 дБВт / Гц. Для российского радара такой пересчет не осуществлялся, и данные приведены по отношению к младшему разряду преобразователя напряжение-код (ПНК) в интервале минус 105 ÷ 120 дБВт / Гц. Для применимости модели эти различия не существенны.

На рис. 30 аналогичные данные приведены для области верхних квантилей. При этом данные о $P(R)$, полученные на американском радаре, тяготеют к распределению Фреше с $\nu = 2$. Тогда как данные о $P(R)$, полученные на российском радаре тяготеют к распределению Фреше с $\nu = 1$. Здесь в качестве величины R_N использована нижняя дециль по формуле (70).

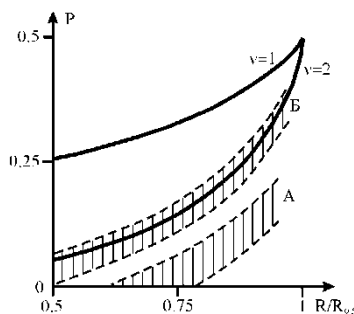


Рис. 29. Распределение Фреше для случаев $v = 1$ и $v = 2$ (сплошные кривые) и экспериментальные данные о межчастотном распределении интенсивности сигналов радиосредств ДКМ диапазона волн с нормировкой медианой для нижних квантилей

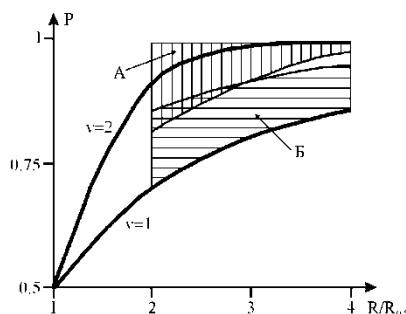


Рис. 30. Распределение Фреше для случаев $v = 1$ и $v = 2$ (сплошные кривые) и экспериментальные данные о межчастотном распределении интенсивности сигналов радиосредств ДКМ диапазона волн с нормировкой медианой для верхних квантилей

Целесообразно привести данные о помеховом распределении $P(R)$ для экспериментального радара, функционировавшего на юге Украины в последней четверти прошлого века. Он имел узконаправленную антенну, ориентированную на восток [Сапрыкин, 2006].

Регистрация данных производилась с помощью аналоговой аппаратуры. Эти данные были опубликованы ранее [Платонов и др., 1975] и приведены на рис. 31. Существенно, что отсутствие цифровой обработки в данном случае приводит к возможности регистрации сангильных и более низких уровней. Объединяя всю совокупность приведенных данных, можно предложить неголоморфную модель на основе распределения Фреше $P(R) = P_{Fr}(R / R_N, v)$ для

$$P(R) = \begin{cases} P_{Fr}(R/R_N, v_1), & R < R_N \\ P_{Fr}(R/R_N, v_2), & R_N > R \end{cases} \quad (74)$$

Величины v_i , $i = 1, 2$ заключены в пределах $1 \div 3$. Величину нормирующего уровня R_N можно выбрать в интервале квантилей дециль-медиана ($R_{0,1}, R_{0,5}$). Возможны, однако, и другие квантильные нормировки.

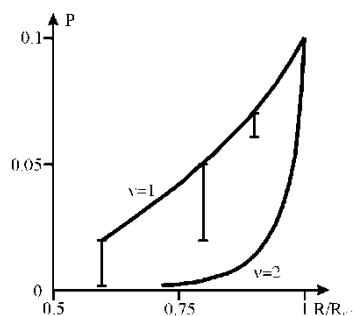


Рис. 31. Распределение Фреше для случаев $v = 1$ и $v = 2$ (сплошные кривые) и экспериментальные данные о межчастотном распределении интенсивности сигналов радиосредств декаметрового диапазона волн, полученные на радаре, располагавшемся на Юге Украины, (с нормировкой нижней децилью) для квантилей $0 \div 0,1$ межчастотного распределения уровней сигналов радиосредств, работающих в ДКМ диапазоне.

Отметим, что в некоторых случаях удобно использовать неголоморфную функцию

В завершение следует рассмотреть специальный вопрос об обнаружении сигнала в шумах. Здесь также возможно использование специальных методов обработки. Как уже отмечалось, в начале 80-х годов прошлого столетия на юге Украины функционировал экспериментальный радар декаметрового диапазона, в задачи которого входили обнаружение и координатометрия исследовательских ракет (ИР), запускаемых в Казахстане на дальности ~ 3 тыс. км от радара. Регистрируемые текущие распределения $P(R)$ обрабатывались специальным образом. А именно, в распределении (68), нормированном эмпирической медианой, подставлялось эмпирическое значение нижней децили $R_{0,1}$ с целью определения параметра ν .

Нетрудно при этом увидеть, что:

$$\nu = \frac{\lg(\log_2 10)}{\lg(R_{0,5}/R_{0,1})} \quad (75)$$

Далее с помощью соотношений (68) и (75) рассчитывалась (синтезировалась) величина сантили $(R_{0,01})_S$, которая сопоставлялась с наблюдаемой величиной $R_{0,01}$. При сохранении модельных свойств распределения Фреше в интервале $P = 0,01 \div 0,1$ это отношение должно быть равным единице. Такое равенство в среднем имело место до старта ИР и в первые минуты после него (рис. 32).

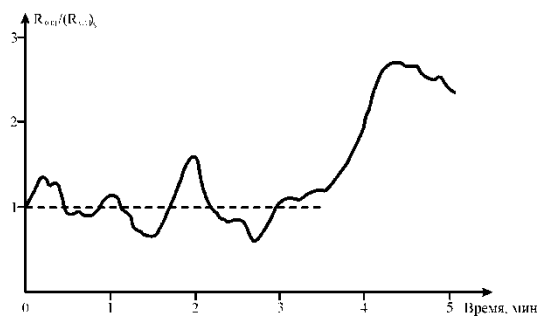


Рис. 32. Вариации отношения текущей и синтезированной сантилей $R_{0,01} / (R_{0,01})_S$ межчастотного интегрального распределения интенсивности сигналов радиосредств ДКМ диапазона волн в период после старта ИР

Однако, примерно к началу пятой минуты после старта происходило увеличение наблюдаемой сантили по сравнению с синтезированной. При этом никаких заметных изменений такого же вида в ходе более высоких квантилей не наблюдалось. Всего было проведено 11 сеансов во время пусков ИР различных типов, обладавших одним и тем же свойством – к началу пятой минуты они поднимались на высоту примерно 300 км.

По изложенной методике эффект, представленный на рис. 32 был установлен в 8 случаях из 11. Представляется возможным дать следующую интерпретацию этого результата. Ко времени проведения названных работ число радиосредств на земном шаре в ДКМ диапазоне волн было столь велико, что практически не было ни одного килогерцового канала не занятого ими. Вместе с тем радиосредства располагались в различных регионах и характеризовались самыми различными траекториями волновых пакетов. При регистрации уровня, не превышающего сантиль $R_{0,01}$, очевидно, что, во-первых, их азимутальное распределение было почти ортогонально к диаграмме направленности приемной антенны, во-вторых, имела место аналогичная ортогональность по углу места.

Наличие антропогенной макромасштабной неоднородности, возникающей в ионосфере в виде следа летящей многоступенчатой ИР, нарушает названные условия ортогональности. Траектории радиоволн искривляются, и они «падают» в главный лепесток диаграммы направленности приемной антенны. Этот эффект не очень значителен, и чувствуют его только такие «чистые» каналы, которые частотно располагаются вблизи нижней сантили. Естественно, данный эффект на одиночном радаре не может служить основой координатометрии. Для этого, как и в случае пеленгации, требуется, по меньшей мере, два разнесенных радара с узкими лепестками диаграммы направленности приемной антенны.

Рассмотренный эффект дает основание для двух утверждений. Во-первых, возможно «поражение» чистых каналов и при естественных возмущениях состояния ионосферы (магнитные

бури, реакция на землетрясение и т.д.). Во-вторых, возможен такой эффект как уменьшение «времени жизни» чистых каналов.

Таким образом, синтезирована новая аналитическая модель для межчастотного распределения интенсивности сигналов радиосредств декаметрового диапазона волн. Модель представляет собой распределение Фреше (экспоненциально-гиперболическая функция) с нормировкой выборочными эмпирическими квантилями.

6.2. СПОСОБЫ УСТАНОВЛЕНИЯ СВЯЗИ МЕЖДУ ПРОЦЕССАМИ

Рассмотрим несколько способов установления связи между процессами. Наиболее распространённым является расчёт коэффициента корреляции r . Он пригоден только для величин, распределённых по нормальному закону. Пусть имеются центро-нормированные множества $\{x\}$ и $\{y\}$. То есть предполагается, что исходные случайные величины центрированы собственными средними величинами и нормированы собственными среднеквадратичными величинами. Кроме того, тем или иным способом установлено, что они распределены по нормальному закону. Например, выборочные инварианты A и E – незначимы. Отметим, что это необходимое условие, не являющееся достаточным. Тогда коэффициент корреляции r , как мера связи между процессами будет равен среднему от их произведения:

$$r = \overline{xy} \quad (76)$$

Можно обратиться к формуле (33) для двумерной характеристической функции нормального процесса $\chi_N(\lambda, \xi, r)$. Очевидно, что коэффициент r пропорционален значению её второй смешанной производной при $\lambda = 0, \xi = 0$. Теперь следует обратиться к схеме случайного импульсного процесса. Так согласно [Миддлтон, 1962; Всехсвятская, 1973] коэффициент корреляции пропорционален свёртке усреднённых форм импульсов случайных процессов. Это означает, что если импульсы сдвинуты относительно друг друга на величину большую, чем их длина, то корреляция мала. С другой стороны, один из основных параметров импульсного процесса эксцесс E пропорционален отношению среднего расстояния между импульсами к средней длине импульса. Поэтому малая величина положительного эксцесса выборки является **необходимым** условием, как близости распределения к нормальному, так и применимости представления о корреляции. Подчеркнём, что отсутствие корреляции в соответствии с формулой (76), не обязательно означает отсутствие связи между ними.

Такая связь может существовать в виде соответствующих пространственно-временных группировок явлений. Так существует знаковая корреляция. При этом какой-либо аргумент разбивается на равные интервалы. А у сопоставляемых процессов проверяют совпадение или несовпадение знаков. Знаковый коэффициент корреляции r_s связан с p_+ – относительным числом одинаковых знаков различных процессов простым линейным соотношением:

$$r_s = 2p_+ - 1.$$

Следует указать также на метод наложения эпох, применимый для поиска взаимных группировок редких импульсных процессов. Если есть возможность высказать гипотезу, что один из процессов является причиной, то моменты наступления его импульсов принимаются за начало соответствующих эпох. А для другого процесса строится сдвиговая гистограмма фактов наступления импульсов другого процесса. Обнаружение группировок отождествляется с обнаружением связи.

Определённые возможности установления связей ассоциируются с ситуациями представления случайных величин в виде облака точек на той или иной плоскости параметров. В этом контексте можно упомянуть метод наименьших квадратов [Худсон, 1970]. Наконец, следует упомянуть о возможности построения коэффициента связи между процессами на квантильной основе [Калинин, 1975].

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Из всего многообразия ситуаций применения статистических методов в прикладной ионосферной геофизике выше основное внимание уделено выявлению общих закономерностей,

относящихся к области $F2$ среднеширотной ионосферы. При этом, прежде всего, рассматриваются схемы построения основной модели – функции плотности вероятности случайных вариаций критической частоты этой области. Синтезирована схема, в которой параметрами такого распределения являются четыре выборочных статистических инварианта – среднее, дисперсия, асимметрия и эксцесс. Сравнение с многочисленными данными измерений свидетельствует об эффективности такого подхода. Значительное внимание уделено вопросам моделирования формы отдельных эндогенных возмущений. Авторы надеются, что эти результаты будут содействовать разработке геофизических схем возникновения неоднородностей электронной концентрации в ионосферной плазме.

ЛИТЕРАТУРА

- Абрамовитц М., Стеган И. Справочник по специальным функциям. - М.: Наука, 1979.
- Авдюшин С.И., Акимов В.Ф., Евстратов Ф.Ф., Калинин Ю.К. и др. Системный контроль гидрологической обстановки в регионах Балтийского, Северного и Черного морей // Труды Института прикладной геофизики имени академика Е.К.Федорова. 2006. Вып. 84. С. 98.
- Акимов В.Ф., Калинин Ю.К., Шустов Э.И. Рассеивающие свойства в дальней зоне следов тяжёлых космических ракет // I Евроазиатский симпозиум по космическим наукам и технологиям. 1993. Гебзе. Турция. Тезисы докладов. 37 с.
- Акимов В.Ф., Калинин Ю.К., Платонов Т.Д., Тулинова Г.Г., Шустов Э.И. Эффект развития следа баллистической ракеты в среднеширотной ионосфере // Геомагнетизм и аэрономия. 2000. Т. 49. № 4. С. 137.
- Акимов В.Ф., Дзвонковская А.Л., Дзвонковский Л.И., Калинин Ю.К., Кузнецов В.А., Сергеенко Н.П., Васькин А.А. Неголоморфная модель межчастотного интегрального распределения интенсивности сигналов радиосредств декаметрового диапазона волн // Электромагнитные волны и электронные системы, 2008. Т. 13, № 7. С. 53-58.
- Альперт Я.Л. Распространение электромагнитных волн и ионосфера. - М.: Наука. 1979. 568 с.
- Альперт Я.Л., Гуревич А.В., Питаевский Л.П. Искусственные спутники в разреженной плазме. - М.: Наука. 1964. 382 с.
- Бронштейн И.Н., Семендяев К.А. Справочник по математике. - М.: Наука, 1980.
- Ватсон Г.Н. Теория бесселевых функций. - М.: ИЛ, 1949.
- Всехсвятская И.С. Статистические свойства сигналов, отражённых от ионосферы. - М.: Наука. 1973. 135 с.
- Всехсвятская И.С., Калинин Ю.К. О фокусировке коротких волн вблизи антипода // Геомагнетизм и аэрономия. 1979. № 3. С. 470
- Гайворонская Т.В., Сергеенко Н.П., Юдович Л.А. Отклонения критических частот от медианных значений области F // Ионосферные возмущения и их влияние на радиосвязь. - М.: Наука, 1971. С. 55.
- Глушко В.М. Космонавтика. - М.: Сов. энциклопедия. 1985. 527 с.
- Данилкин Н.П. Прогноз землетрясений из космоса // Новости космонавтики. 2002. № 11. С. 56-57.
- Данилкин Н.П., Котонаева Н.Г., Анишин М.М. Задержанный нижний след на спутниковых ионограммах – новое средство изучения макронеоднородностей ионосферы. // Изв. ВУЗов. Радиофизика. т. XLIX, № 1, С. 9, 2006.
- Дзвонковская А.Л., Калинин Ю.К., Сергеенко Н.П. Новая статистическая модель свойств ионосферы для средств связи и локации в декаметровом диапазоне // Электромагнитные волны и электронные системы. 2006. Т. 11. № 11. С. 8.
- Дзвонковская А.Л., Калинин Ю.К., Кузнецов В.А., Сергеенко Н.П., Васькин А.А. Нелинейные макромасштабные неоднородности в области $F2$ ионосферы Земли // Электромагнитные волны и электронные системы, 2008. Т. 13, № 2 – 3. С. 62 - 68.
- Дэвис К. Радиоволны в ионосфере. - М.: Мир, 1973.
- Ефимов А.Н. Порядковые статистики – их свойства и приложение. – М.: Знание. 1980.
- Жарков В.Н. Внутреннее строение Земли и планет. - М.: Наука. 1989.

- Иванов-Холодный Г.С., Калинин Ю.К. Диффузионный перенос ионосферных неоднородностей // Геомагнетизм и аэрoномия. 1982. Т. 22, № 6, С. 1020.
- Калинин Ю.К. Нестандартная нормировка ионосферных радиосигналов // Геомагнетизм и аэрoномия. 1975. Т. XXV. № 7. С. 941.
- Калинин Ю.К., Романчук А.А., Сергеев Н.П., Толмачёва А.А. Изменчивость выборочных статистических инвариантов критической частоты слоя F2 среднеширотной ионосферы за длительный период // Геомагнетизм и аэрoномия. 1998. Т. 38. № 5, С. 78
- Калинин Ю.К., Кузьменко М.Г., Романчук А.А., Сергеев Н.П. Воздействия ионосферных макромасштабных неоднородностей на радиосигналы в условиях высокочастотного наклонного нагрева // Геомагнетизм и аэрoномия. 2000. № 5. С. 89.
- Калинин Ю.К., Сергеев Н.П. и др. Ионосферный контроль в экологии. - М.: Госэкоцентр. 2002. с. 52.
- Калинин Ю.К., Сергеев Н.П., Сазанов А.В. Кругосветные движения сейсмогенных макромасштабных неоднородностей в области F2 ионосферы. // Геомагнетизм и аэрoномия. Т. 44, № 43, С. 331. 2004.
- Калинин Ю.К., Сергеев Н.П., Горенко В.Е. Нелинейные эффекты движения макромасштабных сейсмогенных и антропогенных неоднородностей в области F2 ионосферы. // Доклады РАН, 2005. т. 407, № 4, С. 5253.
- Калинин Ю.К., Васькин А.А., Горенко В.Е., Платонов Т.Д. Вопросы ионосферного распространения мощных радиоволн декаметрового диапазона // Труды ИПГ, вып. 84, С. 25, 2006.
- Калинин Ю.К. Вопросы ионосферной геофизики и радиофизики. - Обнинск: ФГБУ «ВНИИГМИ-МЦД». 2012. С. 260.
- Калинин Ю.К., Котонаева Н.Г., Перминова Е.С., Михайлов В.В. Тридцатиминутный прогноз максимально применимой частоты на одноканальных трассах. Международная конференция «Излучение и рассеяние электромагнитных волн», ИРЭМВ – 2015, Дивноморское, 28 июня - 3 июля, 2015 г.
- Карлов В.Д., Козлов С.И., Кудрявцев В.П., Новожилов В.И., Ткачёв Г.Н. Об одном типе крупномасштабных возмущений в ионосфере. // Геомагнетизм и аэрoномия. 1984. С. 319 - 322.
- Кендал М., Стюарт Б. Теория распределений. – М.: Наука. 1966 г.
- Котонаева Н.Г. Спутниковое радиозондирование с высот окрестности максимума концентрации электронов: Диссертация доктора физико-математических наук: 25.00.29 / Котонаева Надежда Геннадьевна; Институт прикладной геофизики имени академика Е.К. Фёдорова. – М., 2013.- 327 с.
- Миддлтон Д. Основы теории связи. – М.: Сов. Радио. Т. 1. 1962.
- Пахотин В.А. Векторные характеристики декаметровых радиоволн на трассах различной протяженности: диссертация доктора физико-математических наук: 01.04.03 / Пахотин Валерий Анатольевич; - Калининград, 1992. – 354 с.
- Платонов Д.М., Суркова Н.А. Аналитические аппроксимации эмпирических законов распределения интенсивности помех в КВ-диапазоне. // Геомагнетизм и аэрoномия. 1975. Т. XV. № 6. С. 1016
- Сапрыкин С.Д. ОАО НПК НИИ дальней радиосвязи 90 лет. // Нелинейный мир. 2006. Т. 4. № 10. С. 513.
- Сергеев Н.П. О перемещающихся крупномасштабных неоднородностях в ионосфере // Геомагнетизм и аэрoномия. 1973. Т. 13. № 3. с. 186
- Фейнберг Е.Л. Распространение радиоволн вдоль земной поверхности. – М.: «Наука». Физматлит, 1999.
- Худсон Д. Статистика для физиков. - М.: Мир. 1970. 292 с.
- Чернов Ю.А. Возвратно-наклонное зондирование ионосферы. - М.: Связь, 1971.
- Яковлев О.И., Якубов В.П., Урядов В.П., Павельев А.Г. Распространение радиоволн – М.: ЛЕНАНД. 2009. - 495 с.
- Deminger W. Ground Scatter by Ionospheric radar. Electromagnetic Waves Propagation. London: Pergamon Press. 1957. P. 29.
- Furutsu K., Ishida T. On the theory of amplitude distribution of impulsive random noise and its application to the atmospherics // Journ. Rad. Res. Lab. 1970. 7. p. 32.
- Nakagami M., Statistical methods in radio wave propagation. London - N.Y.: Pergamum Press. 1963. p. 3

ENDOGENOUS AND SEISMOGENIC STATISTICS OF THE *F2* REGION OF THE MID-LATITUDE IONOSPHERE

Yu.K. Kalinin, V.V. Alpatov, A.Yu. Repin, A.V. Shchelkalin

Schemes of construction of statistical models of parameters of endogenous and seismogenic random variability of the region *F2* of the mid-latitude ionosphere are given. At the same time, schemes of calibration of probability density functions by sample values determined on limited sets of experimental data are developed. Thus, for distributions of the critical frequency's variations of the region *F2* of the mid – latitude ionosphere, sample statistical invariants - mean, variance, asymmetry and excess-are chosen as parameters. Also the scheme of the calibration distributions of the sampling of various quantiles – mediani, deciles, santila – is considered.

KEY WORDS: IONOSPHERE, THE *F2* REGION, THE VARIATION OF THE CRITICAL FREQUENCY, PROBABILITY DENSITY FUNCTION, CHARACTERISTIC FUNCTION, STATISTICAL INVARIANTS, QUANTILES