



## 2. АЛЬТЕРНАТИВА РОБАСТНОЙ СИСТЕМЕ НАВЕДЕНИЯ

Робастная система наведения при высокой устойчивости управления не может работать по маневрирующим целям, для этого требуется система, обладающая высокой устойчивостью управления в сочетании с высокой чувствительностью управления. Такими параметрами управления обладают системы с использованием алгоритмов прогнозирования при формировании управляющего воздействия. Методы прогнозирования являются базовыми методами управления, что следует из определения понятия управление: «управление – это целенаправленное воздействие» [1]. Согласно принципу причинности, управляющее воздействие всегда отстает от самого воздействия. Отсюда следует, что при формировании управляющего воздействия величину рассогласования между требуемой и реальной траекториями необходимо определять в области будущего времени относительно текущего момента, в котором формируется управляющее воздействие.

Это требование к системе управления дополняется важными свойствами, которыми обладает система управления с прогнозированием.

Устойчивость управляющей системы подвижного объекта определяется как необходимость его движения по наперед заданной траектории. Назовем наперед заданную траекторию опорной траекторией. Тогда из определения устойчивости следует: если реальная траектория управляемого объекта совпадает с опорной траекторией, то такая система управления считается устойчивой. Для подтверждения устойчивости системы управления необходимо выполнение следующих условий:

1. *Условия совпадения двух кривых:* две кривые совпадают, если они имеют общую точку, в которой равны производные этих кривых вплоть до  $n$ -го порядка. Эта формулировка является следствием теоремы разложения функции в ряд Тейлора.
2. *Условие прогнозируемости процесса:* процесс прогнозируем, если он непрерывен и имеет производные вплоть до  $n$ -го порядка. Эта формулировка является следствием теоремы разложения функции в ряд Тейлора.
3. *Условие формирования управляющего воздействия для подвижного объекта:* качество управления подвижного объекта значительно возрастает (или неопределенность управления значительно уменьшается), если при формировании управляющего воздействия используется не только величина рассогласования, но и производные от этого рассогласования вплоть до  $n$ -го порядка. Эта формулировка является следствием теоремы разложения функции в ряд Тейлора.
4. *Условие устойчивости:* устойчивость системы управления определяется, как совпадение траектории управления с опорной траекторией. Условие устойчивости совпадает с условием прогнозируемости согласно положениям 2) и 1).
5. *Условие минимальности неопределенности управления:* совпадает с условием 3).

Условие устойчивости и условие прогнозируемости определяются одними и теми же критериями. Прогнозирование нацелено на управление движением управляемого объекта по опорной траектории, что согласуется с критериями устойчивости управления.

Опорная траектория является желаемой траекторией для движения управляемого объекта вплоть до момента достижения точки с координатами цели. По ней должен двигаться управляемый объект. Эта траектория получается путем построения функции, соединяющей точки управляемого объекта и цели. Вид этой функции может быть выбран исходя из условия оптимальности желаемой траектории. Управление совершается последовательными циклами, которые состоят из пяти последовательных операций: 1) определение координат управляемого объекта, 2) построение траектории управляемого объекта, 3) прогнозирование траектории управляемого объекта, 4) построение опорной траектории, 5) построение управляющего воздействия. Такие системы управления с использованием методов прогнозирования обладают преимуществом перед робастными системами в задачах управления подвижными объектами по маневрирующим целям.

Создание адекватного метода прогнозирования является наиболее важной задачей для построения эффективных систем управления, обладающих свойствами высокой чувствительности и высокой устойчивости.

На основании вышеизложенных положений вытекает утверждение: «Если управление основано на использовании методов прогнозирования, то управление устойчиво и неопределенность

управления имеет наименьшее значение, когда при формировании управляющего воздействия участвуют не только величина рассогласования, полученного в области будущего времени, но и производные от рассогласования, вплоть до  $n$ -го порядка».

Порядок производных от величины рассогласования определяется порядком производных опорной траектории. Единственным необходимым условием их реализации является адекватный алгоритм прогнозирования.

### 3. МЕТОДИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ПОСТРОЕНИЯ АЛГОРИТМА ПРОГНОЗИРОВАНИЯ

Проблема в теории управления связана с отсутствием адекватного метода прогнозирования. Прогнозированию, как правило, подвергаются данные наблюдения. Наиболее известными методами обработки данных наблюдения, которые используются для прогнозирования, считаются методы математической статистики [2]. Однако, имеет место ряд критических замечаний, касающихся методов математической статистики, изложенных в работах [3-5].

В настоящей работе в качестве метода прогнозирования выбран метод экстраполяции. Изложение его целесообразно начинать с описания концепции построения схемы алгоритма экстраполяции.

Прогнозированию подвергаются данные наблюдения, или результаты измерения параметров траектории управляемого объекта. Данные наблюдения проводятся на ограниченном временном интервале, в дискретные моменты времени, как правило, интервалы дискретизации имеют равные значения.

Равномерность дискретизации позволяет более полно использовать имеющийся математический аппарат. Неравномерность дискретизации эквивалентна разрывам во времени. Ограниченность интервала наблюдения приводит к необходимости рассматривать граничные точки массива наблюдений, как точки разрыва. Необходимость иметь дело при решении задачи прогнозирования с разрывными функциями приводит к серьезным проблемам, которые до сих пор не преодолены.

Теория аппроксимации опирается на аппроксимационные теоремы Вейерштрасса (1865г.). Известные алгоритмы аппроксимации, применяемые к функциям с разрывами, дают искажения из-за явления Гиббса, которое возникает при любых способах аппроксимации функций с разрывами.

Тогда возникают вопросы: Насколько непреодолимы проблемы с разрывными функциями? Существуют ли методы подавления явления Гиббса?

Для получения алгоритма прогнозирования определим математическую модель данных наблюдения. Любой реальный процесс  $y(t)$  с достаточной точностью может быть представлен суперпозицией гармонических колебаний

$$y(t) = \sum_i a_i \sin(\omega_i t + \varphi_i) \dots \quad (1)$$

В процессе наблюдений получим конечное число дискретных отсчетов, которое может быть представлено выражением

$$y(t_n) = v(t_n) \cdot \sum_i a_i \sin(\omega_i t_n + \varphi_i) \quad n = 1, 2, \dots, N. \quad (2)$$

Здесь  $N$  – конечное число равноудаленных дискретных отсчетов,  $v(t_n)$  - выделяющая функция, равная продолжительности измерений процесса -  $T = \Delta\tau \cdot N$ ;  $\Delta\tau$  - интервал дискретизации. Выделяющая функция  $v(t_n)$  представляет прямоугольную функцию с амплитудой, равной единице и

со спектром, равным  $S(\omega) = \frac{\sin \omega \frac{T}{2}}{\omega \frac{T}{2}}$ .

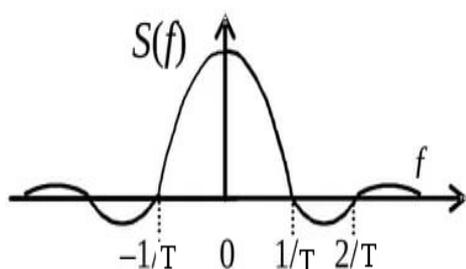


Рис 1. Спектр одиночного прямоугольного импульса.

Модель конечного числа равноотстоящих отсчетов (2) позволяет определить причину, которая объясняет плохую сходимость существующих методов прогнозирования, в том числе и методов статистической математики. Для этого достаточно определить спектр составляющей модели (2). Спектр составляющей функции (2) равен свертке дельта-функции со спектром одиночного прямоугольного импульса.

Спектр каждой составляющей такого процесса является асимметричным относительно

частоты  $\omega_i$ . Асимметричность и расплывчатость спектра при восстановлении дискретного процесса вызывает явление мимикрии частот, которая в свою очередь приводит к явлению Гиббса. Если спектр конечной выборки данных представляет собой сложный модулированный сигнал, то для получения значений процесса  $y(t)$  данные наблюдений должны подвергаться процедуре демодуляции. Правило демодуляции получим из известных тригонометрических тождеств для действительных переменных  $\alpha$  и  $\beta$ .

$$\begin{aligned} \sin \alpha \cdot \sin \beta &= \frac{1}{2} (\cos(\alpha - \beta) - \cos(\alpha + \beta)); \\ \cos \alpha \cdot \cos \beta &= \frac{1}{2} (\cos(\alpha - \beta) + \cos(\alpha + \beta)); \\ \sin \alpha \cdot \cos \beta &= \frac{1}{2} (\sin(\alpha - \beta) + \sin(\alpha + \beta)); \end{aligned} \quad (3)$$

Правило демодуляции формулируется следующим образом: «Если спектр произведения двух ограниченных по спектру функций имеет симметричную форму, и известен один из сомножителей, то второй сомножитель может быть получен путем деления произведения на известный сомножитель».

Уравнение (2) представляет произведение двух функций – выделяющей функции и функции реального процесса. Для проведения демодуляции требуется сформировать выделяющую функцию с ограниченным спектром, используя методы формирования функции окна [2,3]. Для формирования ограниченного спектра второго сомножителя выражения (2) используем цифровые фильтры низких частот.

Сформулируем условия прогнозируемости реального процесса. В качестве алгоритма экстраполяции воспользуемся рядом Тейлора, и примем условия разложения функции в ряд Тейлора за условия прогнозируемости.

*Функция прогнозируема, если она имеет на интервале прогнозирования конечное число разрывов и непрерывные производные, вплоть до n-го порядка.*

Условие прогнозируемости обязывает восстановить процесс, заданный конечным числом дискретных отсчетов в непрерывную функцию. Восстановление дискретного процесса в непрерывную функцию проведем с помощью рядов Котельникова.

$$y(d) = \sum_{n=1}^N y(n) \frac{\sin \pi(d-n)}{\pi(d-n)}, \quad (4)$$

где  $d = \frac{t}{\Delta t}$  – безразмерное время.  $\frac{\sin \pi(d-n)}{\pi(d-n)}$  – базис Котельникова.

Для проведения демодуляции необходимо сформировать выделяющую функцию с ограниченным спектром.

$$v(d) = \sum_{n=-(m-1)}^{m-1} b_n \frac{\sin \pi(d - 0.5n)}{\pi(d - 0.5n)}, \quad (5)$$

где  $v(d)$  – выделяющая функция с ограниченным спектром,  $b_n$  – коэффициенты взвешивания, формирующие ограниченный спектр,  $m = \frac{N-1}{2}$ .

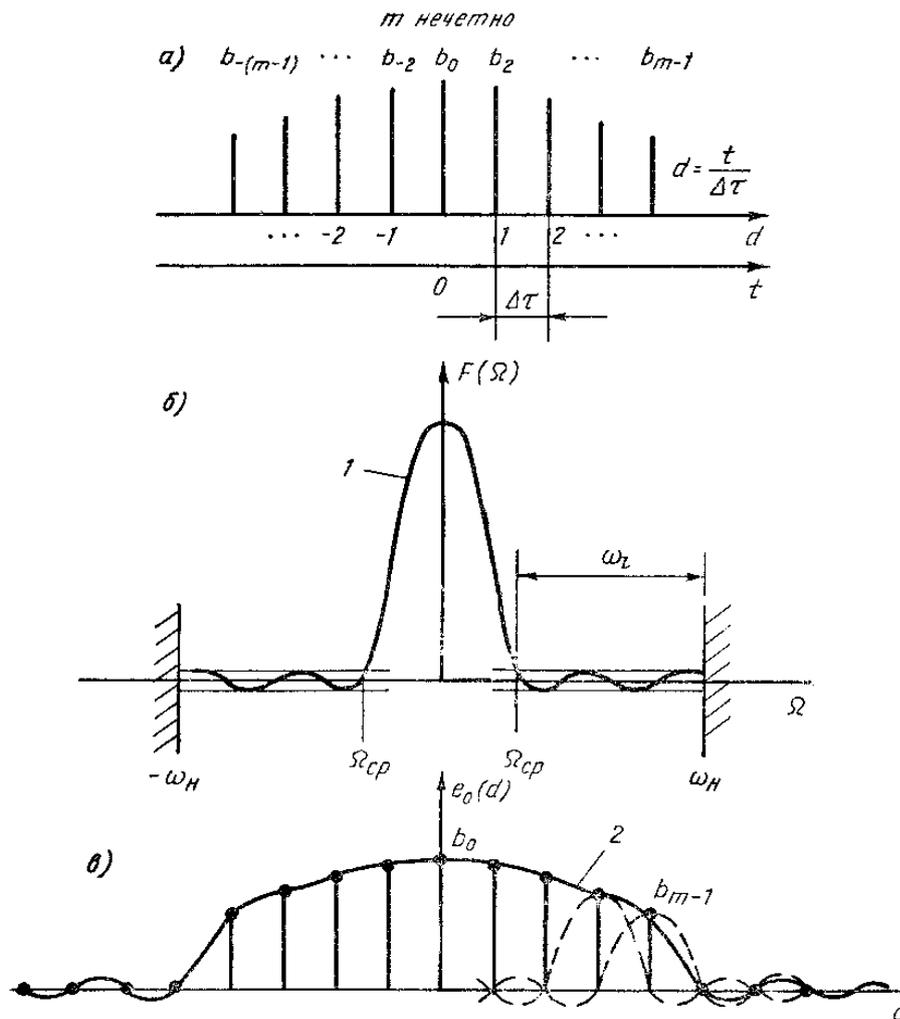


Рис. 2. Выделяющая функция. а) коэффициенты взвешивания, б) спектр выделяющей функции, в) восстановленная выделяющая функция.

Согласно правилу демодуляции, выражение для восстановления дискретной функции в непрерывную имеет вид. :

$$\tilde{y}(d) = \frac{\sum_{n=-(m-1)}^{m-1} y(n)b_n \frac{\sin \pi(d - 0.5n)}{d - 0.5n}}{\sum_{n=-(m-1)}^{m-1} b_n \frac{\sin \pi(d - 0.5n)}{d - 0.5n}}. \quad (6)$$

Продифференцировав (6) по  $d$ , получим выражение для дифференцирования конечной выборки дискретного процесса :

$$y'(m) = \sum_{n=1}^N [y(n) - y(m)] \frac{b_n}{b_m} \frac{(-1)^{(m-n)}}{m-n}, \quad (7)$$

где  $m$  – номер узловой точки, для которой ищется производная.

Выражение (7) может использоваться для расчета производных любого порядка. Причем погрешность расчета производной определяется порядком  $\varepsilon$  компьютера и зависит от разрядности компьютера.

Таким образом, точность наведения зависит от адекватности алгоритма прогнозирования и определяется выбором параметров алгоритма прогнозирования, наряду с точностью определения положения объекта управления и цели. Потенциал методов наведения с привлечением методов прогнозирования возрастает, если при формировании управляющего воздействия дополнительно используется информация о производных сигнала рассогласования в целевых точках.

Процесс управления разбивается на ряд последовательных циклов, каждый из которых включает пять операций:

- 1) Ввод координатной информации.
- 2) Прогнозирование координатной информации на заданный интервал.
- 3) Построение опорной траектории, соединяющей управляемый объект и цель.
- 4) Определение в упрежденной точке величины рассогласования и ее производных между опорной траекторией и траекторией управляемого объекта.
- 5) Формирование управляющего воздействия.

#### 4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Робастное управление позволяет получить высокий результат наведения при выполнении определенных условий: совпадения траекторий прямолинейного движения управляемого объекта и цели, когда сигнал рассогласования не изменяется со временем, или изменяется незначительно. В этом случае рассогласование может определяться в текущей точке. Если же рассогласование должно определяться в целевой точке, а определяется в текущей, то вероятность неустойчивой работы системы управления возрастает, и система управления может возбудиться.

Для исключения ситуации, приводящей к возбуждению системы, необходимо использовать методы прогнозирования.

На основе алгоритма прогнозирования разработана технология высокоточного наведения по маневрирующей цели. Основные принципы технологии вытекают из определения термина «управления».

Входными данными системы управления являются данные координат о положении носителя, объекта управления и цели. Потенциальные возможности управления определяются качеством применяемого метода прогнозирования.

Системы управления с использованием методов прогнозирования имеют подавляющее преимущество по сравнению с любыми другими системами управления.

Одновременно повышаются требования и к точности определения координат объектов на РЛС, участвующих в решении задачи управления.

На гелиогеофизические службы может быть возложена задача построения аппаратурно-программных комплексов, входящих в состав РЛС для оперативного обеспечения информацией о состоянии среды с целью компенсации искажений координатных данных.

На основании изложенной технологии прогнозирования может быть построена эмпирическая модель оперативного прогнозирования состояния ионосферы в интересах средств радиолокации и систем радиосвязи.

---

**ЛИТЕРАТУРА**

1. Справочник по теории автоматического управления. /Под редакцией А. А. Красовского./ - М: Наука, 1987.
2. *Андерсон Т.* Статистический анализ временных рядов. – М.: Мир, 1975. 755 с.
3. *Рождественский Д.Б.*, Цифровая фильтрация в задачах восстановления непрерывного процесса по дискретным отсчетам. // Информационно-измерительные и управляющие системы. №3, т.8, 2010. с. 51 – 61.
4. *Рождественский Д.Б.* Аппроксимация функции с разрывами. Явление Гиббса // Промышленные АСУ и контроллеры. 2011. №4. С. 32-36.
5. *Рождественский Д.Б.* Методические основы цифрового управления // Приборы и системы. Управление, контроль, диагностика. 2011. №9. С. 7-14.

**CONTROLLING A MOVING OBJECT WITH A PREDICTION ALGORITHM**

Rozhdestvensky D. B.

The paper describes a guidance system for a moving object, which is a competitive alternative to a robust control system, namely, a system with a prediction algorithm in the feedback loop. The system with the prediction, along with high controllability has a high stability, which allows you to use these properties when working with high maneuverability goals. The method of extrapolation based on the principles of demodulation of a complex signal to suppress the phenomenon of Gibbs is used as a prediction algorithm. Predictability conditions of the final sample of a discrete process have been formulated, which made it possible to construct an algorithm of extrapolation and to obtain stability conditions of the guidance system of a moving object.

**KEYWORDS:** MANEUVERING TARGET, HIGH PRECISION POINTING, RADAR TRACKING, COORDINATE ACCURACY, IONOSPHERIC DISTORTION.