УДК 550.388.2

# ВЫДЕЛЕНИЕ ТРЕНДОВ УРОВНЯ ИОНОСФЕРНЫХ ВЧ СИГНАЛОВ НА СРЕДНЕШИРОТНОЙ РАДИОТРАССЕ

П.Ф. Денисенко, Н.А. Коледин

Рассматриваются способы выделения трендов уровня ионосферных сигналов на односкачковой среднеширотной трассе. Отдано предпочтение выделению полиномиальных трендов МНК с использованием критерия Фишера для определения степени полинома.

**КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА:** РАСПРОСТРАНЕНИЕ РАДИОВОЛН, ИОНОСФЕРА, АМПЛИТУДЫ ВЧ СИГНАЛОВ, МЕТОДЫ ВЫДЕЛЕНИЯ ТРЕНДА.

## ВВЕДЕНИЕ

Временной ход уровня ВЧ радиосигнала, прошедшего через ионосферу, можно представить в виде трех слагаемых [1, 2]:

$$E(t) = E_{trend}(t) + E_{cycle}(t) + E_{nois}(t), \tag{1}$$

первое из которых отражает плавное (трендовое) изменение, второе – суперпозицию гармонических вариаций и третье – шумовую компоненту.

Рассмотрим три различных способа выделения трендовых слагаемых временного ряда (1), от которых зависит успех определения циклических составляющих. Первый из них базируется на статистических соображениях, второй использует идеологию сингулярного спектрального анализа (SSA), третий основан на применении вейвлет-анализа.

Во всех случаях считается, что регистрация *E(t)* производится с постоянным по времени шагом $\Delta t$, так что результаты измерений представляют вещественный ряд (вектор):

$$E^T = \left(E(t_1), E(t_2), ..., E(t_N)\right) = \left(E_1, E_2, ..., E_N\right), \tag{2}$$

состоящий из *N* отсчетов.

Ниже анализируются результаты измерений уровня сигнала на частоте 9,996 МГц в светлое время суток на среднеширотной трассе Москва – Ростов протяженностью 950 км.

## 1. СТАТИСТИЧЕСКИЙ СПОСОБ

Он основан на представлении тренда в виде аппроксимирующего полинома

$$E_{trend}(t) = \sum_{j=0}^{r} \omega_j Q_j(t), \tag{3}$$

где $Q_j(x)$ – ортонормированные полиномы степени от 0 до *r*, $\omega_j$ – коэффициенты разложения, которые находятся методом наименьших квадратов (МНК).

Для этого производится минимизация суммы квадратов отклонений:

$$S = \sum_{i=1}^{N} (\Delta E_i)^2, \tag{4}$$

**Денисенко Павел Федорович, зав. отделом, НИИФ ЮФУ, e-mail: denis@ip.rsu.ru**
**Коледин Николай Андреевич, аспирант, ЮФУ**

$$\Delta E_i = E(t_i) - E_{trend}(t_i),\ i = 1, 2, \dots, N, \quad (5)$$

по параметрам $\omega_j$, которые находятся по формуле [1]:

$$\omega_j = \sum_{i=0}^{N} E_i Q_j(t_i),\ j = 0,1, \dots, r.$$

Главным вопросом при разложении (3) является выбор степени полинома. При малом значении *r* остатки (5) будут включать трендовые составляющие. При большом значении *r* будут теряться предполагаемые гармонические составляющие.

Оптимальную степень полинома можно найти с помощью критерия Фишера, если остатки (5) на интервале наблюдения подчиняются нормальному закону распределения.

Выбор степени полинома основан на следующих соображениях [1]. Остаточная сумма квадратов (4) для полинома степени *r* есть:

$$S_r = \sum_{i=1}^{N} E_i^2 - \sum_{j=1}^{r} \omega_j^2.$$

Она позволяет оценить дисперсию случайного процесса (5):

$$\sigma_v^2 = S_r / v,\ v = N - r - 1.$$

Если коэффициент разложения $\omega_r$ при высшей степени полинома близок к нулю, то величина $F = \omega_r^2 / \sigma_v^2$ будет иметь распределение Фишера с m = 1, n = ν степенями свободы:

$$r_{m,n}(F) = C \frac{F^{\frac{m}{2}-1}}{(mF+n)^{\frac{m+n}{2}}},\ C = \frac{\Gamma\left(\frac{m+n}{2}\right)}{\Gamma\left(\frac{m}{2}\right)\Gamma\left(\frac{n}{2}\right)} n^{n/2} m^{m/2}.$$

Задавая некоторый малый уровень значимости $a = \int_0^{F_a} r(F)dF$ и сравнивая его с величиной $a_F = \int_0^{F} r(F)dF$, можно сделать вывод о значимости коэффициента разложения при слагаемом степени *r*. Если $a_F < a$, то степень полинома нужно понизить на единицу, в противном случае увеличить.

Для применения указанной процедуры выбора оптимальной степени полинома необходимо, чтобы отклонения от тренда (5) имели нормальный закон распределения:

$$f(\Delta E) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} exp\left(-\frac{\Delta E^2}{2\sigma^2}\right),$$

с нулевым математическим ожиданием. При этом возникает парадокс. Считая процесс случайным, тем не менее, во временном ходе остатков (5) мы ищем гармонические составляющие. При дальнейшем анализе оказывается, что число гармоник не меньше пяти. А это означает, что при суммировании этих гармоник со случайными периодами, амплитудами и фазами наступает нормализация процесса. Это проиллюстрировано на рис. 1.

Отметим, ради справедливости, что считать приемлемым нормальный закон критерий $\chi^2$ позволяет на достаточно низком уровне значимости 5%-1%.

На рис. 2 – 4 приведены частные случаи применения метода. Во всех случаях уровень сигнала уменьшен на среднее значение по интервалу выборки и обозначен как $E_{signal}$.

## 2. МЕТОД SSA (SINGULAR SPECTRUM ANALYSIS)

Алгоритм вычислений состоит из четырех этапов [3]. На первом шаге выбирается множество отрезков временного ряда заданной достаточно большой длины *L* (длина окна). Рассмотрим эти отрезки

последовательно, с первой по *L*-ю точку (*L*<*N*/2), со второй по *L*+1-ю и т. д. Выделенные отрезки (вектора *L*-вложения) наследуют свойства ряда. Они будут содержать трендовые и гармонические составляющие. Нас будет интересовать только тренд.

Составим из векторов вложения *траекторную матрицу* размерности *L*×*K*, где *K* = *N*−*L* есть число векторов вложения. Она будет иметь вид:

$$X = \begin{pmatrix} E_1 & E_2 & \dots & E_K \\ E_2 & E_3 & \dots & E_{K+1} \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ E_L & E_{L+1} & \dots & E_N \end{pmatrix}. \qquad (6)$$

На втором шаге производится сингулярное разложение траекторной матрицы (6)

$$X = X_1 + X_2 + \dots + X_d, \;\; X_i = \Sigma\sqrt{\lambda_i} U_i V_i^T,$$

где $\lambda_i$ ненулевые собственные числа матрицы $S = XX^T$, упорядоченные в порядке неубывания $\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \dots \geq \lambda_d > 0$; $U_1, U_2, \dots, U_d$ – соответствующая им ортонормированная система собственных векторов; $V_i = X^T U_i / \sqrt{\lambda_i}$.

На третьем шаге производится так называемое диагональное усреднение [3] матриц $X_i$, которое переводит каждую из них в вектор (ряд)

$$g_i^T = (g_{i,1}, g_{i,2}, \dots, g_{i,N}), \;\; i = 1, 2, \dots, d, \qquad (7)$$

так что исходный ряд (2) раскладывается в сумму *d* рядов:

$$E^T = \sum_{i=1}^{d} g_i^T.$$

На последнем, четвертом шаге, производится группировка частных решений (7). Одна часть из них должна выявить трендовые, другая - гармонические составляющие. В настоящее время не существует надежных методов автоматического разделения двух этих частей. Обычно эта задача решается в интерактивном режиме. На рис. 2 – 4 приведены частные случаи применения метода.

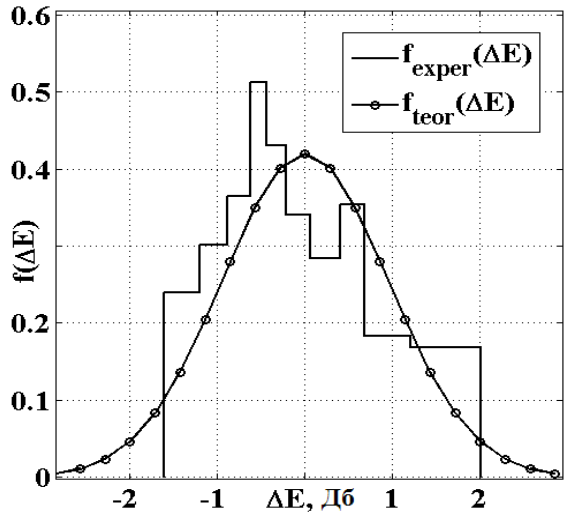


Рис. 1. Гистограмма и ее аппроксимация нормальным законом распределения, удовлетворяющая критерию $\chi^2$.

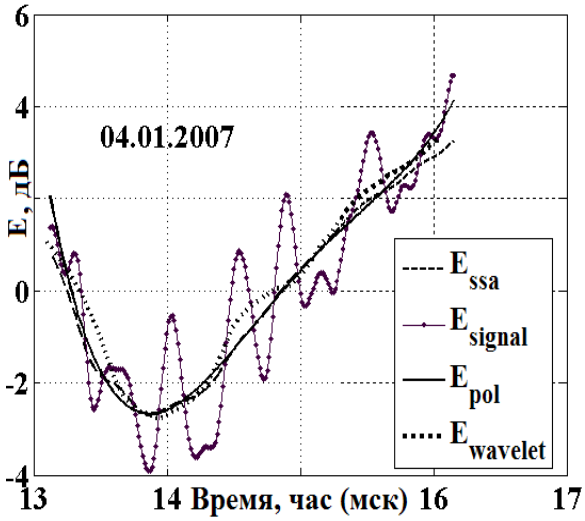


Рис. 2. Определение тренда 3-мя способами: $E_{pol}$ – полином 4-го порядка; $E_{ssa}$ – сумма $g_1+g_2$; $E_{wavelet}$ – использованы коэффициенты восстановления до 5-ого порядка.

© Институт прикладной геофизики имени академика Е.К.Федорова

## 3. МЕТОД WAVELET-АНАЛИЗА

Применение данного метода основано на работе [4]. Для выделения тренда используется многоуровневое одномерное вейвлет-разложение сигнала E вейвлетом Добеши 4 порядка:

$\varphi(x) = \sqrt{2}\sum_k h_k \varphi(2x-k)$ – масштабирующая функция,
$\psi(x) = \sqrt{2}\sum_k g_k \psi(2x-k)$ – вейвлет,

где $h_k$, $g_k$ - ортогональные нормированные коэффициенты Добеши. Тренд $\mathbf{E}_{\mathbf{wavelet}}$ находился путем восстановления сигнала по аппроксимирующим коэффициентам и части детализирующих коэффициентов. Количество детализирующих коэффициентов для определения тренда находилось интерактивно. Результаты представлены на рис. 2 -4.

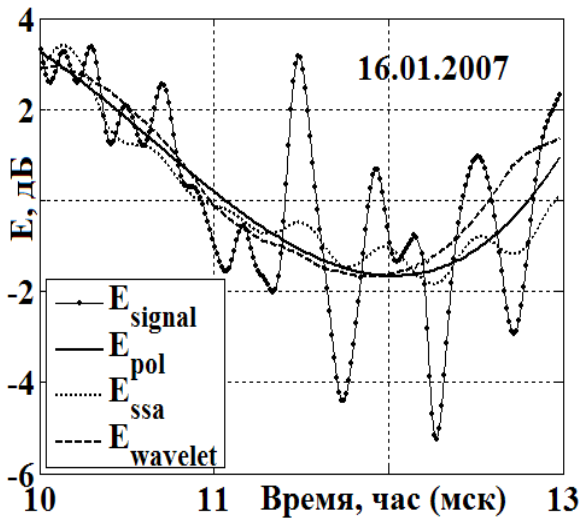


Рис. 3. Определение тренда 3-мя способами: $\mathbf{E}_{\mathbf{pol}}$ – полином 3-го порядка; $\mathbf{E}_{\mathbf{ssa}}$ – сумма $g_1+g_4$; $\mathbf{E}_{\mathbf{wavelet}}$ – использованы коэффициенты восстановления до 3-ого порядка.

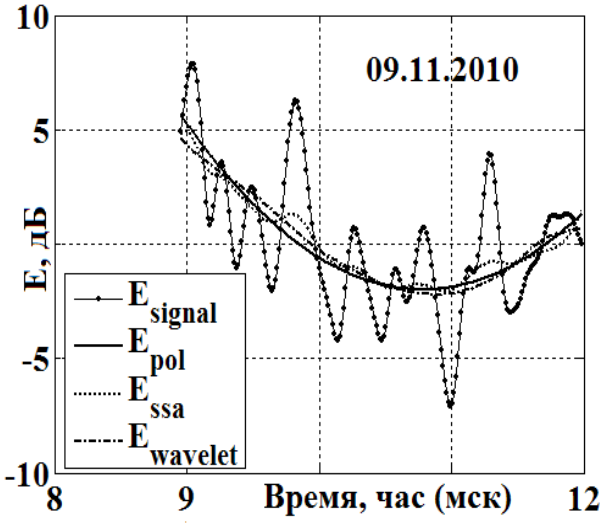


Рис. 4. Определение тренда 3-мя способами: $\mathbf{E}_{\mathbf{pol}}$ – полином 2-го порядка; $\mathbf{E}_{\mathbf{ssa}}$ – сумма $g_1+g_4$; $\mathbf{E}_{\mathbf{wavelet}}$ – использованы коэффициенты восстановления до 4-ого порядка.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Применительно к анализу плавных временных вариаций уровня ВЧ сигнала с частотой 9,996 МГц на среднеширотной трассе Москва — Ростов протяженностью около 950 км рассмотрено три метода выделения трендов: статистический метод наименьших квадратов (МНК), SSA-метод и вейвлет анализ. Все они дают близкие результаты. Однако SSA-метод и вейвлет анализ дают приемлемые результаты только в интерактивном режиме, что не позволяет автоматизировать процесс обработки данных большого объема. Поэтому предпочтение имеет выделение полиномиальных трендов МНК с использованием критерия Фишера для определения степени полинома.

## ISOLATION LEVEL TRENDS IONOSPHERIC RF SIGNALS AT THE MID-LATITUDE RADIO PATHS

P.F. Denisenko, N.A. Koledin.

The methods of isolation level trends ionospheric signals on single hop midlatitude track. Preferred allocation of polynomial trend using Fisher's exact test to determine the degree of the polynomial.

**KEYWORDS:** PROPAGATION OF RADIO WAVES, THE IONOSPHERE, THE AMPLITUDE OF THE RF SIGNAL, METHODS FOR ISOLATING TREND.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Худсон Д. Статистика для физиков. - М:, Мир, 1970. 296 с.
2. Тертышников А.В. Основы мониторинга чрезвычайных ситуаций. Учебное пособие. – Москва, 2013. 261 с.
3. Голяндина Н. Э. Метод «Гусеница»-SSA: анализ временных рядов. Учебное пособие. – СПб, 2004. 76 с.
4. Смоленцев Н.К. Основы теории вейвлетов. Вейвлеты в MATLAB. – М.: ДМК Пресс, 2005. 304 с.

© Институт прикладной геофизики имени академика Е.К.Федорова