

РАДИОФИЗИЧЕСКИЙ МЕТОД ИЗМЕРЕНИЯ ГРАВИТАЦИОННОГО ПОТЕНЦИАЛА ЗЕМЛИ: СОСТОЯНИЕ И ПЕРСПЕКТИВЫ РАЗВИТИЯ

Сидоренко Г.С., Романько В.Н., Матвиенко С.А., Прокопов А.В., Романько О.В.

Requirements to accuracy of measurements at realization of a radio physical method of determination of gravitational potential of the Earth for the purpose of monitoring of emergency situations are formulated.

Сформулированы требования к точности измерений при реализации радиофизического метода определения гравитационного потенциала Земли.

Введение

Релятивистские эффекты уже давно превратились из экзотики в повседневную реальность не только для фундаментальных научных исследований, но и для целого ряда широко распространенных технических приложений. К числу таких приложений относятся, в частности, созданные во второй половине 20 века глобальные навигационные спутниковые системы (ГНСС) GPS (США) и ГЛОНАСС (Россия), а также находящиеся в стадии разработки для решения аналогичных задач системы Galileo (Европейский Союз), Compass (Китай), QZSS (Япония). Указанные системы (для которых в последнее время принято использовать общую аббревиатуру ГНСС) могут функционировать лишь при условии введения так называемой релятивистской поправки к частотам эталонных генераторов из состава бортовой аппаратуры ИСЗ, входящих в ГНСС [1,2].

Учитывая положительный опыт ряда международных космических проектов, посвященных изучению гравитационного поля Земли (CHAMP, GRACE, GOCE – см. [3,4,5]), а также широкое применение ГНСС для решения разнообразных задач науки и техники, представляет интерес исследовать возможность использования ГНСС в качестве базового элемента технической подсистемы мониторинга гравитационного поля Земли, что приобретает особую актуальность в свете последних техногенных событий в Японии. Предпосылками для такого исследования является предложенный одним из авторов настоящей статьи радиофизический метод определения характеристик гравитационного поля Земли (см. статью [6] и цитированную в ней литературу).

Сидоренко Г.С., кандидат технических наук, старший научный сотрудник, генеральный директор ННЦ “Институт метрологии”, г. Харьков

Романько В.Н., кандидат технических наук, старший научный сотрудник, директор научного центра ННЦ “Институт метрологии”, г. Харьков

Матвиенко С.А., начальник отдела ГП “КБ “Южное”, г. Днепропетровск

Прокопов А.В., доктор физико-математических наук, профессор Национального университета гражданской защиты Украины, г. Харьков

Романько О.В., инженер, ООО «Овен», г. Харьков

Измерения ускорения свободного падения

Радиофизический метод измерения гравитационного потенциала базируется на использовании релятивистского эффекта «red shift» (смещения частоты электромагнитного сигнала, распространяющегося в неоднородном гравитационном поле).

Основным исходным соотношением в данном случае является известное уравнение теории относительности, связывающее гравитационный потенциал u_0 в точке, где сигнал имеет частоту f_0 , с гравитационным потенциалом u_1 в точке, где частота сигнала равна f_1 [2]

$$\frac{f_0 - f_1}{f} = \frac{1}{c^2} (u_1 - u_0), \quad (1)$$

здесь c – скорость света.

Если считать частоты f_1 , f_0 - непосредственно (или косвенно) определяемыми исходными величинами, то в (1) в общем случае остаются неизвестными как u_0 , так и u_1 . Поэтому необходимо иметь дополнительные к (1) соотношения, связывающие u_0 и u_1 . В качестве подобных соотношений можно воспользоваться одной из известных моделей гравитационного поля Земли [7]. Например, представлением гравитационного потенциала в виде разложения по сферическим гармоникам, такой подход изложен в [6].

В [8] показано, если точки с потенциалами u_0 и u_1 разнесены по высоте над Землей на достаточно малое расстояние ΔH , на котором изменение u можно считать практически линейным, то, раскладывая u_1 в ряд вблизи u_0 и ограничиваясь для упрощения анализа линейными по ΔH членами разложения, получаем:

$$u_1 = u_0 + \frac{\partial u}{\partial H} \Delta H + \dots \quad (2)$$

Поскольку вертикальный градиент потенциала есть не что иное, как ускорение силы тяжести $g = \frac{\partial u}{\partial H}$, то уравнение (1) с учетом (2) можно представить в виде $\frac{f_0 - f_1}{f_0} = g \frac{\Delta H}{c^2}$, откуда получаем уравнения для определения величины g по гравитационному сдвигу Δf сигнала с частотой f при прохождении этим сигналом некоторого достаточно малого расстояния ΔH в неоднородном гравитационном поле:

$$g = \frac{\Delta f}{f} \frac{c^2}{\Delta H}. \quad (3)$$

Серия проведенных экспериментов с использованием уравнения измерений (3) позволяет утверждать, что ускорение свободного падения на поверхности Земли с помощью двух ГНСС приемников, имеющих специальный частотный выход, может измеряться на базе 10 м с точностью до 100 мГал [9].

Предложения по применению радиофизического метода

Эксперимент по определению величины гравитационного смещения в радиодиапазоне с применением ГНСС показал, что в наземных условиях сложно достигнуть необходимого уровня точности, прежде всего, из-за невозможности преодолеть ограничения, налагаемые окружающей средой, погрешностями приемной аппаратурой

потребителя, прочих погрешностей частотно-временных измерений, имеющих в основном случайный характер. Поэтому, проведение экспериментов в условиях космической «лаборатории» является необходимым и весьма обоснованным шагом. Тщательно разработанный эксперимент космического базирования по измерению гравитационного смещения частоты может быть значительно точнее наземного. Изменяемые гравитационные потенциалы, большие расстояния, термостабилизированное окружение, возможность компенсации негравитационных шумов, это те благоприятные факторы, которые на основе существующих технологий позволяют с выгодой использовать уникальные космические условия для измерения ускорения свободного падения в окрестностях гравитирующего тела.

На рис. 1 схематично показан принцип глобального мониторинга изменений гравитационного поля Земли с использованием ГНСС. Навигационные спутники Земли (НСЗ) излучают сигналы, изменение частоты которых под воздействием гравитационного поля фиксирует группа низкоорбитальных космических аппаратов (КА) и сеть перманентных приемных станций. Вместо НСЗ ГНСС можно использовать геостационарные спутники связи.

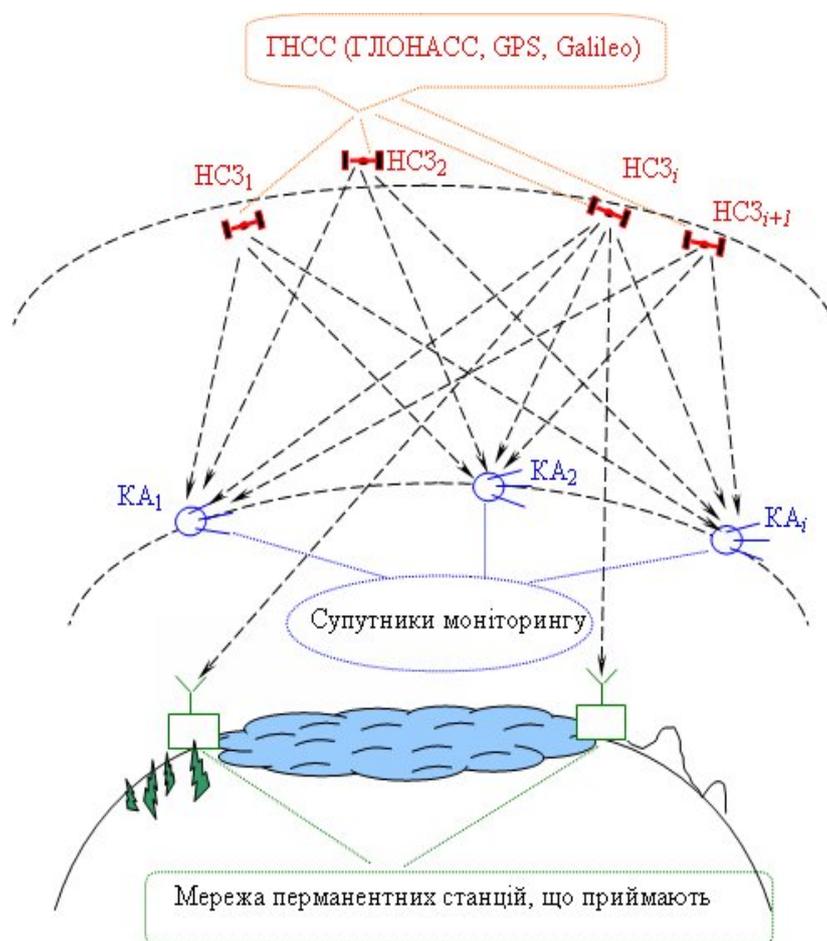


Рис. 1 - Принцип глобального мониторинга изменений гравитационного поля Земли с использованием ГНСС

В общем случае (с учетом взаимного перемещения источника и приемника сигнала) смещение частоты сигнала определяется известным соотношением теории относительности [1]:

$$\frac{f_0 - f_1}{f_0} = \frac{1}{c^2} \cdot (u_1 - u_0) + \frac{v^2}{2c^2}, \quad (4)$$

означающим, что сигнал с частотой f_0 , излучаемый в точке с гравитационным потенциалом u_0 , приходит в точку с гравитационным потенциалом u_1 , его частота при этом изменяется от величины f_0 до величины f_1 (v - скорость движения источника сигнала относительно приемника).

Таким образом, для сигналов ГНСС смещение частоты вызывают в общем случае два релятивистских эффекта: во-первых, относительное движение источника и приемника сигнала, проявляющееся в виде квадратичного эффекта Доплера, учитываемого последним слагаемым в правой части (4), во-вторых, изменение гравитационного потенциала на пути распространения электромагнитного сигнала, учитываемое первым слагаемым в правой части (4).

Ясно, что для решения интересующей нас обратной задачи – восстановления пространственного профиля гравитационного потенциала по результатам наблюдений смещения частоты – квадратичный эффект Доплера будет мешающим фактором, вклад которого должен быть исключен из результатов измерений.

Оценим количественно требования к точности измерения релятивистского сдвига частоты, обеспечивающие необходимые характеристики точности восстановления гравитационного потенциала в околоземном космическом пространстве для приведенной системы мониторинга.

Представляя (4) в виде

$$u_1 = u_0 + \frac{f_0 - f_1}{f_0} c^2 - \frac{v^2}{2},$$

и учитывая, что $f_1 \approx f_0 \approx f$; $m_{f1} \approx m_{f2} \approx m_f$, получим уравнение погрешности:

$$m_{u1}^2 = m_{u0}^2 + c^4 \cdot 2 \cdot \frac{m_f^2}{f^2} + v^2 m_v^2. \quad (5)$$

Будем считать, что гравитационный потенциал u_0 в точке, где располагается ИСЗ, известен с погрешностью m_{u0} , которая дает вклад в уравнение (2), гораздо меньший, чем погрешность измерения частоты m_f . Это вполне оправдано, поскольку для высот порядка 20000 км и более над поверхностью Земли (где и располагаются ИСЗ в рассматриваемой нами задаче) достаточно точными оказываются известные модели гравитационного потенциала (например, EGM96, EGM2008 [10]). В связи с этим, основываясь на [4], будем считать, что при определении u_0 всегда можно выбрать такое количество членов разложения в ряд по полиномам Лежандра в модели геопотенциала, чтобы выполнялось условие:

$$m_{u0}^2 \ll c^4 \cdot 2 \cdot \frac{m_f^2}{f^2},$$

которое позволяет при оценке требований к точности рассматривать упрощенное уравнение:

$$m_u^2 = c^4 \cdot 2 \cdot \frac{m_f^2}{f^2} + v^2 m_v^2. \quad (6)$$

Здесь и далее для простоты мы опускаем индекс 1 в обозначении погрешности определения гравитационного потенциала.

Если теперь считать, что:

$$v^2 m_v^2 \ll c^4 \cdot 2 \cdot \frac{m_f^2}{f^2}, \quad (7)$$

(это справедливо во всех случаях использования геостационарных спутников, а также в тех случаях, когда при использовании ГНСС скорость НСЗ определяется достаточно точно), то, в пренебрежении последним слагаемым в правой части (6), получаем:

$$m_u^2 = c^4 \cdot 2 \cdot \frac{m_f^2}{f^2}, \quad (8)$$

вариант, подробно рассмотренный в [6].

Таким образом, в своих оценках требований к точности мы можем опираться на результаты [6]. Еще раз подчеркнем, что непосредственно результаты [6] применимы для геостационарных спутников, для ГНСС они применимы лишь при выполнении условия (7).

Выясним, как изменятся результаты [6] (то есть, как изменятся требования к точности измерения частоты) в тех случаях, когда необходим учет $v \cdot m_v \neq 0$. Согласно [5,6] слагаемое $v \cdot m_v$ можно выразить через орбитальную v_0 и радиальную v_n компоненты скорости, характеристики которых приведены в [11, 12]:

$$v = \sqrt{v_0^2 + v_n^2}, \quad v^2 \cdot m_v^2 = v_0^2 \cdot m_{v0}^2 + v_n^2 \cdot m_{vn}^2. \quad (9)$$

Для оценки воспользуемся приведенными в [1,11,12] параметрами $v = 3874$ м/с, $v_n = 900$ м/с, $m_{v0} = 3 \cdot 10^{-4}$ м/с, $m_{vn} = 2 \cdot 10^{-3}$ м/с, соответствующими по точности эфемеридной информации, поступающей с борта НСЗ ГНСС ГЛОНАСС при суточном прогнозе. Подставляя приведенные значения в (9), получим оценку вклада неточного определения скорости ИСЗ в уравнение (6), определяющее требования к точности измерения частоты $v^2 \cdot m_v^2 = 4,52$ м⁴/с⁴.

Таким образом, уравнение (6) для ГНСС в условиях, когда для определения скорости ИСЗ используется эфемеридная информация с параметрами согласно [11], принимает вид

$$m_u^2 = c^4 \cdot 2 \cdot \frac{m_f^2}{f^2} + 4,52. \quad (10)$$

Данное уравнение имеет решение при $m_u^2 \geq 4,52$. Поэтому вариант с $m_g = 1$ мГал, $\Delta x = 100$ км (см. таблицу в [6], где для данного варианта $m_u^2 = 0,49$) в рассматриваемом случае, когда для определения скорости ИСЗ используется эфемеридная информация, вообще не реализуется с применением ГНСС типа GPS (ГЛОНАСС). Здесь уместно отметить, что таблица в [6] получена для заданных значений m_u , соответствующих определенным значениям m_g , путем расчетов с использованием уравнения (8), то есть, по сути, для случая использования геостационарных спутников, например, EGNOS. Варианты с другими значениями m_u в данной таблице в принципе могут быть реализованы с применением ГНСС. Но, чтобы сделать однозначный вывод об этом и указать необходимые количественные требования к точности, необходимо пересчитать значения $\frac{m_f}{f}$ с использованием уравнения (10). Такой пересчет выполнен, а его результаты представлены в нижеследующей таблице, где для сравнения приведены и табличные данные из [6]

m_g , мГал		1		5		10		100	
Δx , км		100	400	100	400	100	400	100	400
m_u , м ² /с ²		0,7	2,8	3,5	14,0	7,0	28,0	70,0	280,0
$\frac{m_f}{f} \cdot 10^{16}$	EGNOS, взято из [2]	0,055	0,22	0,28	1,1	0,56	2,2	5,6	22,0
	GPS (ГЛОНАСС), расчет по (7)	-	0,14	0,22	1,1	0,53	2,2	5,6	22,0

Заключение

Анализ приведенных в таблице требований к погрешности определения частоты сигнала $\frac{m_f}{f}$ при реализации радиофизического метода восстановления профиля гравитационного потенциала с помощью ГНСС показывает, что более перспективным в этом плане является EGNOS. Данная система позволяет построить более точные модели гравитационного потенциала при менее жестких, чем в случае GPS (ГЛОНАСС), требованиях к точности измерения гравитационного смещения частоты. Следует отметить, что и в случае GPS (ГЛОНАСС) можно снизить требования к точности измерения смещения частоты, если обеспечить более точные методы определения скорости движения ИСЗ. Этот вопрос, однако, требует специального рассмотрения.

В целом, проведенный анализ позволяет сделать вывод о том, что для использования ГНСС с целью организации мониторинга гравитационного поля Земли с требуемой точностью измерений (с погрешностью на уровне 1...2 мГал), необходимо

обеспечить относительную погрешность измерения частоты сигнала ГНСС на уровне $1...2 \cdot 10^{-17}$.

Благодарности. Авторы благодарят д.т.н. Тертышникову А.В. за обсуждение и правку представленной статьи.

Литература

1. *Гофманн-Велленгоф Б., Лихтенеггер Р., Коллинз Д.* Глобальна система визначення місцеположення (GPS). Теорія і практика. Пер. з англ. третього вид. під ред. Я.С. Яцківа. – Київ: Наук. думка.-1995 – 380 с.
2. *Ashby N.* Relativity in the Global Positioning System // *Living Rev. Relativity*. V. 6. 2003. Pp. 1-45 <http://www.livingreviews.org/Articles/Volume6/2003-1ashby/>.
3. *Reigber, Ch., Luehr, H. and Schwintzer, P.* CHAMP Mission Status// *Advances in Space Research*, 2002. Vol. 30, No. 2, pp. 129-134.
4. *Zhu, S, Reigber, C, Konig, R* Integrated adjustment of CHAMP, GRACE, and GPS data// *JOURNAL OF GEODESY*, Sept. 2004, Vol. 78, Issue 1-2, pp103-108.
5. *Rebhan, H., Aguirre M., Johannessen J.*, (2000). The Gravity Field and Steady-State Ocean Circulation Explorer Mission – GOCE// *ESA Earth Observation Quarterly* 66: 6-11.
6. К теории радиофизического метода определения гравитационного потенциала Земли / С.А. Матвиенко, А.В.Прокопов, В.Н. Романько и др. // *Український метрологічний журнал*. 2009. №1. С. 6-10.
7. *Бордовицина Т.В., Авдюшев В.А.* Теория движения искусственных спутников Земли. Томск: Изд-во ТГУ, 2007. 178 с.
8. *Матвиенко С., Сидоренко Г., Романько В., Копыл В., Прокопов А., Романько О., Тревого И.* Радиофизический метод измерения параметров гравитационного поля космических тел // *Зб. наук. праць «Сучасні досягнення геодезичної науки та виробництва»*, вип.1 (21), Львів: вид. НУ «Львівська політехніка», 2011. С. 91-96.
10. *Сидоренко Г.С., Романько В.Н., Матвиенко С.А., Прокопов А.В.* Радиофизический метод измерений ускорения свободного падения с использованием эффекта гравитационного смещения частоты сигналов глобальных навигационных спутниковых систем // *Український метрологічний журнал*. 2010. Випуск 4. С. 3-11.
11. *Назаренко А.И.* Погрешности прогнозирования движения спутников в гравитационном поле Земли. / Назаренко А.И.; под ред. Р.Р.Назирова. - М.: ИКИ РАН, 2010.-226 с. (Сер. Механика, управление и информатика).
12. ИКД ГЛОНАСС. Редакция 5.0.М.: КНИЦ, 2002. 57 с.
13. ГЛОНАСС. Принципы построения и функционирования / Бакитько Р.В., Болденков Е.Н., Булавский Н.Т. и др. под ред. Перова А.И. и Харисова В.Н. - М.: Радиотехника, 2010. 800 с.